# TABLE DES MATIÈRES

Chapitre
1

# LES NOMBRES DÉCIMAUX

## I — Écriture décimale

| centaines de milliards | dizaines de milliards | unités de milliards | centaines de millions | dizaines de millions | unités de millions | centaines de milliers | dizaines de milliers | unités de milliers | centaines | dizaines | unités | dixièmes | centièmes | millièmes | dix-millièmes |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6, | 7 | 8 | 9 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | |
| **Partie entière** | | | | | | | | | | | | **Partie décimale** | | | |

**Définitions**

**La partie entière d'un nombre est ce qui se trouve devant la virgule (ici 123 456).**
**La partie décimale d'un nombre est ce qui se trouve derrière la virgule (ici 789).**
**L'écriture classique d'un nombre (ici 123 456,789) est appelée écriture décimale de ce nombre.**

La position des chiffres d'un nombre est importante. Pour le nombre 123 456,789 :

- le rang du chiffre 1 est celui des *centaines de milliers*,
- le chiffre des centièmes est *8*, celui des dizaines est *5* et celui des centaines de milliers est *1*,
- le chiffre des milliers est *3*, mais le nombre de milliers est *123*,
- le chiffre des dixièmes est *7*, mais le nombre de dixièmes est *1 234 567*.

**ATTENTION !!!**

**Trouver le chiffre des ❖ est facile ! Par contre, pour trouver le nombre de ❖, il suffit d'écrire tous les chiffres du début jusqu'au rang demandé, et d'enlever la virgule.**

| Oral :<br>21, 23, 24 p. 16 | En classe :<br>14 p. 13 | À la maison :<br>37, 38 p. 17 + 60 p. 18 |
|---|---|---|

## II — Autres écritures

Un même nombre peut avoir plusieurs écritures différentes :

**Propriété**

Le nombre 170,616 admet plusieurs écritures :

- la décomposition : $(1 \times 100) + (7 \times 10) + (0 \times 1) + \left(6 \times \frac{1}{10}\right) + \left(1 \times \frac{1}{100}\right) + \left(6 \times \frac{1}{1\ 000}\right)$
- fraction décimale : $\frac{170616}{1\ 000}$

— somme d'un entier et d'une fraction décimale : $170 + \dfrac{616}{1\,000}$

— écriture en toutes lettres : cent soixante-dix virgule six cent seize.

### Remarques

- Pour obtenir la décomposition, il suffit de détailler quel est le rang de chaque chiffre (sans oublier les zéros).
- Pour obtenir la fraction décimale, on écrit tout le nombre **sans la virgule** au numérateur, et le rang du dernier chiffre au dénominateur.
- Pour obtenir la somme d'un entier et d'une fraction décimale, on met la partie entière puis un « + » puis la partie décimale au numérateur et le rang du **dernier chiffre** au dénominateur.
- Pour obtenir l'écriture en toutes lettres, il faut respecter quelques règles détaillées en AP.

■ **EXERCICE :** Donner toutes les écritures possibles du nombre $2\,387,15$.

Solution : Décomposition : $(2 \times 1\,000) + (3 \times 100) + (8 \times 10) + (7 \times 1) + \left(1 \times \dfrac{1}{10}\right) + \left(5 \times \dfrac{1}{100}\right)$

Fraction décimale : $\dfrac{238\,715}{100}$ Somme d'un entier et d'une fraction décimale : $2\,387 + \dfrac{15}{100}$

Écriture en toutes lettres : deux mille trois cent quatre-ving-sept virgule quinze.

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **34 p. 16** | **14 p. 13 + 47 p. 17 + 49 p. 18** | **40, 42, 48 p. 17 + 53, 54 p. 18** |

## III — Zéros inutiles

**Propriété**

Dans un nombre, on peut enlever les zéros qui :

— se trouvent *au début de la partie entière*,

— se trouvent *à la fin de la partie décimale.*

*Exemples :*

- ◇ $25 = 25,\underline{0}$ → *le nombre 25 est à la fois un nombre entier et un nombre décimal.*
- ◇ $93,35\underline{0} = 93,35$ ; $210,02\underline{0} = 210,02$ ; $\underline{00}1,023\underline{0} = 1,023$.

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **25, 26 p. 16** | — | **10, 11 p. 13 + 56 p. 18** |

## IV — Valeurs approchées (ou arrondis)

**Définitions**

**On appelle :**

- ◇ **arrondi à l'unité d'un nombre, le nombre entier le plus proche de ce nombre ;**
- ◇ **arrondi au dixième d'un nombre, le dixième le plus proche de ce nombre, etc.**

### **Méthode (ARRONDIR UN NOMBRE)**

1. **On commence par tracer un trait juste après le rang demandé.**
2. **On barre tout ce qui est à droite de ce trait.**
3. **On regarde le *premier* chiffre barré : s'il vaut**
    - **0, 1, 2, 3 ou 4, alors c'est fini.**
    - **5, 6, 7, 8 ou 9, alors on ajoute 1 au *dernier* chiffre non barré.**

**L'arrondi se trouve alors à gauche du trait.**

*Exemples :*

| | | |
|---|---|---|
| Arrondi de 5,12 au dixième : | Arrondi de 123,456 7 au centième : | Arrondi de 987,654 à l'unité : |
| $5{,}1\,|\cancel{2} \rightarrow 5{,}1$ | $123{,}4\overset{6}{\cancel{5}}\,|\cancel{67} \rightarrow 123{,}4\underline{6}$ | $98\overset{8}{\cancel{7}}\,|\cancel{,654} \rightarrow 98\underline{8}$ |

**ATTENTION !!!**

**On utilise obligatoirement le symbole « ≈ » lorsqu'on donne un résultat arrondi. On écrira donc :**

$$5,12 \approx 5,1 \quad ; \quad 123,456\,7 \approx 123,46 \quad \textbf{et} \quad 987,654 \approx 988.$$

**Remarque**

Le manuel utilisera souvent les expressions « valeur approchée par défaut » ou « par excès ». Nous chercherons toujours simplement les « valeurs approchées » comme apprises ici...

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>– | **En classe :**<br>– | **À la maison :**<br>**74 p. 19** |

Problème ouvert : 102 p. 23 / Tâche complexe : 111 p. 25

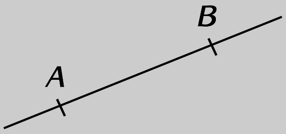
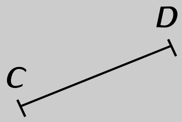
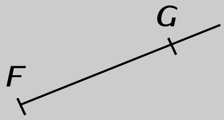
Chapitre

# INTRODUCTION À LA GÉOMÉTRIE

2

## I — Notations de base

**Définitions**

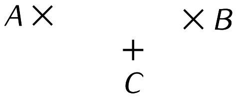
| Mot de vocabulaire | Figure | Notation |
|---|---|---|
| **Le point $E$** |  | $E$ |
| **La droite passant par les points $A$ et $B$** |  | $(AB)$ **ou** $(BA)$ |
| **Le segment joignant $C$ et $D$ (ce sont les extrémités)** |  | $[CD]$ **ou** $[DC]$ |
| **La demi-droite qui part de $F$ (d'origine $F$) et qui passe par $G$** |  | $[FG)$ **mais surtout pas** $[GF)$ **ou** $(FG]$ |

*Exemples :*

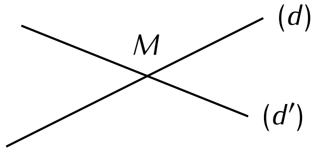
*1) Un point $A$*

*2) Des points **distincts** et **confondus***

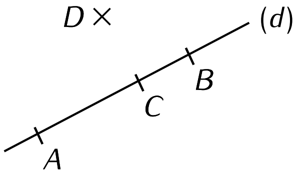
*3) Plusieurs points*



*4) Deux droites **sécantes** $(d)$ et $(d')$*



*5) Quatre points et une droite*



*Dans l'exemple n˚2, les points $A$ et $B$ sont confondus alors que les points $A$ et $C$ (ainsi que $B$ et $C$) sont distincts. On appelle **points alignés** des points qui se trouvent tous sur une même droite (voir exemple n˚5 : les points $A$, $B$ et $C$ sont alignés). Voir le paragraphe suivant pour certaines droites sécantes particulières…*

**Notation**

Pour écrire mathématiquement qu'un point *appartient à* une droite, on utilise le symbole $\in$. Pour écrire le contraire, on utilise le symbole $\notin$.

*Exemples : Dans la figure «* Quatre points et une droite *» ci-dessus, on peut écrire que $A \in (d)$, $B \in (d)$, $C \in (d)$ et aussi $D \notin (d)$. Mais ce n'est pas tout, on pourrait aussi écrire $C \in [AB]$, $B \notin [AC]$, $B \in [AC)$, etc.*

■ **EXERCICE :** Donne les six autres noms de la droite $(d)$ de la figure « *Quatre points et une droite* ».

Solution : $(AB)$, $(BA)$, $(AC)$, $(CA)$, $(BC)$ et $(CB)$.

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**16, 17, 18, 19 p. 186** | **En classe :**<br>**2 p. 181 + 26, 29 p. 187** | **À la maison :**<br>**3, 4, 5 p. 181 + 27, 28, 30, 31 p. 187** |

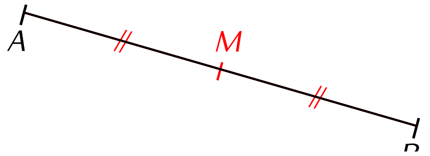
## II — Longueur & milieu d'un segment

**Définition**

**La longueur d'un segment $[AB]$, aussi appelée distance entre les points $A$ et $B$, se note simplement $AB$ (sans les crochets). Un segment $[AB]$ qui mesure 3 cm se notera donc : $AB = 3$ cm.**
***Attention, on rappelle que les droites et les demi-droites n'ont pas de longueur !!***

**Le milieu d'un segment est le seul point de ce segment à égale distance des deux extrémités.**

*Exemple :*



*D'après la définition, $M \in [AB]$ et $MA = MB$.*

*On a **codé** de la même manière les segments de même longueur. Plusieurs type de **codage** existent : -/-, -//-, -///-, -×- et -○- sont les plus courants.*

**ATTENTION !!!**

**Désormais, le codage devient obligatoire dès que l'on a ou que l'on trace plusieurs segments de même longueur. Ne pas le faire fera perdre des points aux évaluations !!**

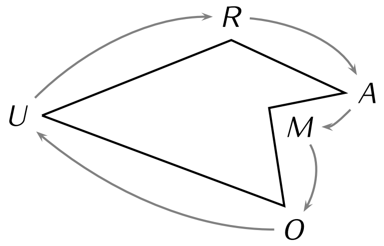
| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| – | 35 p. 188 | 33 p. 187 + 36, 37 p. 188 |

## III — Polygones

**Définition**

**Un polygone est une figure fermée dont les côtés sont des segments. Le nombre de segments n'est pas précisé. On nomme le polygone en le parcourant dans un sens choisi.**

*Exemple :*



*Ce polygone se nomme $AMOUR$, mais on peut aussi le nommer $RUOMA$, $MARUO$, $OURAM$, …*

*Par contre, on ne peut pas le nommer $RAOMU$ car $[AO]$ n'est pas un côté de ce polygone !*

■ **EXERCICE :** Donne les six autres noms du polygone ci-dessus.

Solution : *$ARUOM$, $MOURA$, $OMARU$, $URAMO$, $UOMAR$* et *$RAMOU$*. Il a donc 10 noms en tout !!

**Définitions**

**Les polygones…**

- **à 3 côtés s'appellent les triangles,**
- **à 4 côtés s'appellent les quadrilatères,**
- **à 5 côtés s'appellent les pentagones,**
- **à 6 côtés s'appellent les hexagones,**
- **à 7 côtés s'appellent les octogones.**

**Remarque**

**Pour les quadrilatères particuliers, voir au chapitre n°13 (page 42). Pour les triangles particuliers, voir au chapitre n°15 (page 48).**

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| 28 p. 204 | – | – |

Problème ouvert : 82 p. 193 / Tâches complexes : 91, 92 p. 195

# FRACTIONS (PARTIE 1)

Chapitre
3

## I — Bases

**Définitions**

**Une fraction est une écriture de la forme $\frac{a}{b}$ (se lit « $a$ sur $b$ »), où $a$ s'appelle le numérateur et $b$ le dénominateur. Les deux sont séparés par un trait de fraction.**

*Exemples : On a déjà vu pas mal de fractions au chapitre n˚1 (p. 5), mais des fractions décimales, c'est-à-dire qui ont toujours un dénominateur que vaut 10, 100 ou 1 000…*

*Désormais, il peut y avoir d'autres nombres au dénominateur !*

**Remarque**

RAPPEL : Tous les nombres décimaux peuvent s'écrire sous forme d'une fraction (décimale) :

$$3,8 = \frac{38}{10} \quad ; \quad 20,16 = \frac{2\,016}{100} \quad ; \quad 1,001 = \frac{1\,001}{1\,000} \quad ; \quad \dots$$

**À la calculatrice**

Pour saisir une fraction sur la calculatrice, on utilise la touche f◂▸d n/d. Il faut savoir que la calculatrice essaye toujours de donner le résultat sans aucune virgule. Trois cas de figures peuvent se produire :

- ◇ f◂▸d n/d 1 2 ▾ 3 entrer affichera logiquement 4 (car $12 \div 3 = 4$).
- ◇ f◂▸d n/d 3 ▾ 4 entrer affichera… $\frac{3}{4}$ ! Pour savoir comment obtenir l'écriture décimale de cette fraction, RDV au chapitre n˚14 (p. 46).
- ◇ f◂▸d n/d 4 ▾ 6 entrer affichera $\frac{2}{3}$. On remarque que la calculatrice a affiché une fraction différente, car **elle simplifie automatiquement les fractions** (voir au paragraphe suivant).

| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| 11 p. 66 | 23, 31 p. 67 | 24, 25, 32 p. 67 |

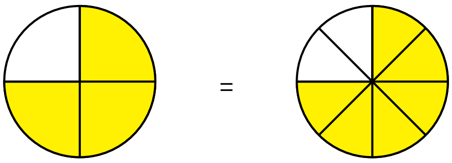
## II — Fractions égales

**Propriété (« règle d'or »)**

On ne change pas une fraction en multipliant (ou en divisant) son numérateur ET son dénominateur par un même nombre.

Autrement dit : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{a \div k}$.

*Exemple : Voici deux pizzas de même taille découpées en 4 parts égales pour la première et 8 parts égales pour la seconde. Les parts mangées ont été représentées en jaune. On détermine la fraction correspondante pour chacune des deux pizzas :*



$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

*La proportion de pizza mangée est la même sur les 2 pizzas : les fractions sont donc égales. En effet, on constate que :*

$$\begin{tikzcd} \frac{3}{4} \arrow[r, bend left, "\times 2"] \arrow[r, bend right, "\times 2"'] \arrow[r, phantom, "="] & \frac{6}{8} \end{tikzcd} \quad \textit{et} \quad \begin{tikzcd} \frac{6}{8} \arrow[r, bend left, "\div 2"] \arrow[r, bend right, "\div 2"'] \arrow[r, phantom, "="] & \frac{3}{4} \end{tikzcd}.$$

### Remarque

Effectivement, en se rappelant de la toute première définition du chapitre (« une fraction est avant tout une division »), on constate que $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75$ et $\frac{6}{8} = 6 \div 8 = 0,75$ aussi, ce qui est donc cohérent !

■ **Exercice :** Donner 4 quotients (2 avec des nombres plus petits et 2 avec des plus grands) égaux à $\frac{5}{20}$ et $\frac{27}{4,5}$.

Solution : $\frac{5}{20} = \frac{2,5}{10} = \frac{1}{4} = \frac{10}{40} = \frac{15}{60}$ et $\frac{27}{4,5} = \frac{9}{1,5} = \frac{3}{0,5} = \frac{6}{1} = \frac{54}{9}$.

### ATTENTION !!!

**Il ne faut pas oublier que la calculatrice simplifie *automatiquement* les fractions : il faut donc s'attendre à ce qu'elle affiche des résultats différents de ce qui est demandé... C'est pourquoi il faut obligatoirement apprendre par cœur et savoir utiliser la règle d'or !**

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>– | **En classe :**<br>**48a p. 68** | **À la maison :**<br>**48bcd p. 68 + 49 p. 69 + simplifications** |

Problème ouvert : 88 p. 73

Chapitre

# CERCLE & MÉDIATRICE

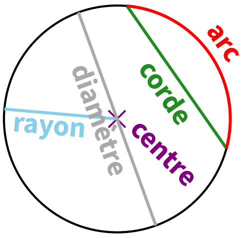
4

## I — Généralités

**Définitions**

- **Un <u>cercle</u>, en général noté $(\mathscr{C})$, de centre $O$ est formé de tous les points qui se trouvent à la même distance du point $O$. Cette distance qui ne change pas porte alors un nom : c'est le <u>rayon</u>.**
- **Un <u>arc de cercle</u> est une portion de cercle limitée par deux points appelés <u>extrémités</u>.**
- **Une <u>corde</u> est un segment dont les extrémités sont deux points du cercle.**
- **Un <u>diamètre</u> est une corde qui passe par le centre du cercle.**

*Exemple :*



**Remarques**

— Le segment $[OM]$ est un rayon du cercle, alors que la longueur $OM$ est le rayon du cercle. Le mot « rayon » a deux sens différents ici : le rayon du cercle est un nombre, alors qu'un rayon du cercle est un segment !!

— Le diamètre d'un cercle est égal au double de son rayon (double = 2 fois plus) : $\boxed{D = 2 \times r}$.

**Propriétés**

- Si $M$ est un point du cercle $(\mathscr{C})$ de centre $O$ et de rayon $r$, alors $OM = r$.
- Si $OM = r$, alors le point $M$ est un point du cercle $(\mathscr{C})$ de centre $O$ et de rayon $r$.

**ATTENTION !!!**

**Il peut arriver qu'un exercice mentionne « tracer un cercle $(\mathscr{C})$ de centre $O$ et de *diamètre* 5 cm. » Il faudra bien penser à n'ouvrir son compas que de 2,5 cm !!!**

| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| 23, 32 p. 204 | 2, 4 p. 199 + 35 p. 205 | 3, 5, 6 p. 199 + 36, 37, 39, 43 p. 205 |

## II — Périmètre du cercle

**Définition (rappel)**

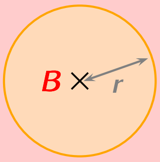
**Le <u>périmètre</u> d'une figure, noté $\mathscr{P}$, est la mesure de son contour, et uniquement de son contour.**

**ATTENTION !!!**

- **<u>RAPPEL</u> : Dans tout problème, qu'il soit de proportionnalité ou non, il faut faire extrêmement attention aux unités qui doivent être les mêmes du début à la fin !**
- **Certaines figures seront dessinées avec une longueur donnée *à l'intérieur* : il ne faudra surtout pas l'additionner aux autres ! !**

Voici la formule qui permet de *calculer* (mesurer n'est pas possible. . . ) le périmètre d'un cercle :

**Formule de périmètre (à apprendre impérativement par cœur !)**



$$\mathscr{P} = 2 \times \pi \times r$$

**Remarque**

Dans les figures qui présentent des demi-disques ou des quarts de disques, il ne faudra surtout pas oublier d'ajouter les longueurs correspondant aux segments "droits" !

**À la calculatrice**

On peut très bien utiliser 3, 14 comme valeur approchée de $\pi$. On peut aussi appuyer sur la touche π qui affichera directement la lettre "p minuscule grec" (donc $\pi$) sur l'écran de la calculatrice. Par contre, le résultat obtenu devra obligatoirement être arrondi (voir chapitre n˚1 au paragraphe IV p. 6).

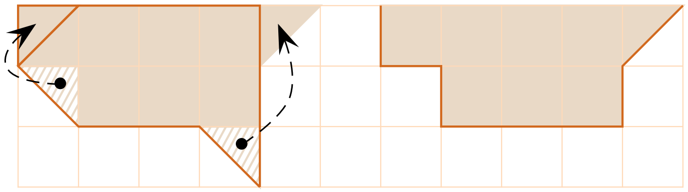
| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>– | **En classe :**<br>**3 p. 129** | **À la maison :**<br>**4, 5, 6 p. 129 + 37 p. 135** |

## III — Aire du disque

### 1. Introduction

Les pères d'Axel Aire et de Mick Robbe souhaitent échanger leur terrain, mais se demandent si l'échange est vraiment équitable. Voici un plan à l'échelle de leurs terrains :

Pour répondre à la question, on peut ajouter du quadrillage pour mieux voir les choses. Puisqu'il est question de surface, le fait de déplacer un morceau de la figure ne change pas la taille globale de cette figure : on peut donc déplacer quelques morceaux bien choisis (deux triangles) afin de constater que les deux terrains ont la même surface (c'est-à-dire 7,5 carreaux). Le partage est donc bien équitable :



**Définition**

**L'aire d'une figure, généralement notée $\mathscr{A}$, est la mesure de sa surface (de son intérieur). On a déjà appris à compter les surfaces en carreaux.**

| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| 18, 19 p. 134 | 38 p. 136 | 39, 40 p. 136 |

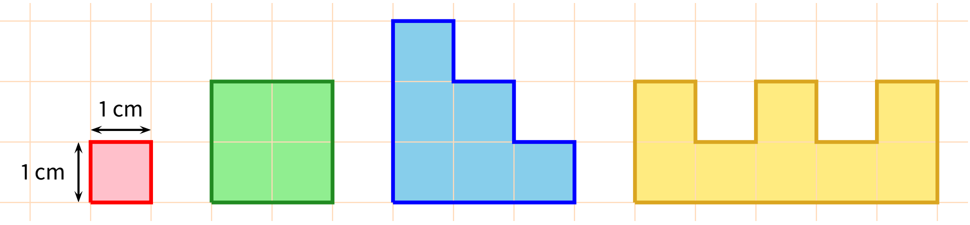
## 2. Unités d'aire

Nous venons de voir une unité facile à comprendre : le carreau. En effet, les deux terrains ont une surface de 7,5 carreaux. Mais dans les exercices, il est souvent question de longueurs en cm…

**Définition**

**On appelle centimètre carré (noté cm²) l'aire d'un carré de 1 cm de côté. On appelle décimètre carré (noté dm²) l'aire d'un carré de 1 dm = 10 cm de côté. On peut continuer avec les autres unités…**

- **EXERCICE :** Compléter les égalités suivantes :



$\mathscr{A} = 1\text{ cm}^2$ $\mathscr{A} = 4\text{ cm}^2$ $\mathscr{A} = 6\text{ cm}^2$ $\mathscr{A} = 8\text{ cm}^2$

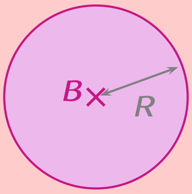
**Remarque**

La conversion des aires (passer des cm² au dm² par exemple) sera vue plus loin, dans le chapitre n°15, p. 48.

| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| 21 p. 134 | – | – |

## 3. Formule de l'aire d'un disque

**Formule d'aire (à apprendre impérativement par cœur !)**



$\mathscr{A} = \pi \times R \times R$

*Exemple : On va calculer l'aire d'un disque de rayon 3 cm puis celle d'un disque de diamètre 2 km, en arrondissant les réponses au dixième :*

$\mathscr{A}_1 = \pi \times R \times R$ ⟵ *on recopie la formule*

$\mathscr{A}_1 = \pi \times 3 \times 3$ ⟵ *on remplace par le rayon*

$\mathscr{A}_1 = 9\pi\ cm^2$ ⟵ *on tape la calcul à la calculatrice et on écrit ce qu'elle affiche (sans oublier l'unité)*

$\mathscr{A}_1 \approx 28,\underline{3}\ cm^2$ ⟵ *on appuie sur* ◂▸ *, on arrondit et on écrit le résultat (sans oublier l'unité)*

*Pour l'autre disque, attention à bien déterminer le rayon avant :* $\mathscr{A}_2 = \pi \times R \times R = \pi \times \underline{1} \times \underline{1} = \pi\ km^2 \approx 3,1\ cm^2$.

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**–** | **En classe :**<br>**12 p. 131 + 48 p. 136** | **À la maison :**<br>**49, 50, 51 p. 136** |

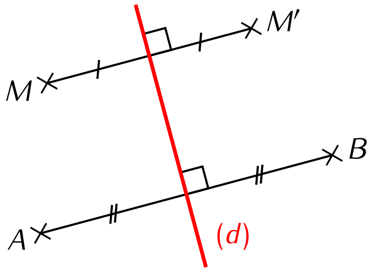
# IV — Médiatrice d'un segment

## 1. Définition et construction

**Définition**

**La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment passant par son milieu.**

*Exemple : Grâce au codage, la droite rouge est perpendiculaire au segment* $[MM']$ *et passe par son milieu : c'est donc la médiatrice de ce segment* $[MM']$ *:*



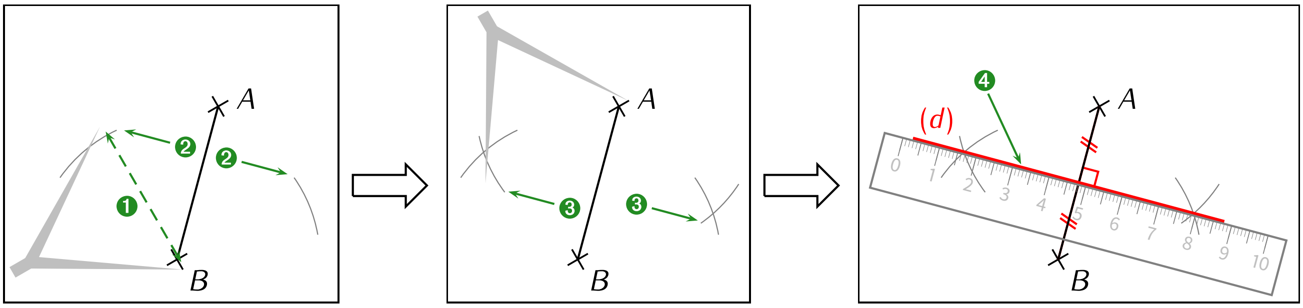
- **EXERCICE :** De quel autre segment la droite rouge est-elle la médiatrice ?

  Solution : La droite $(d)$ est aussi la médiatrice du segment $[AB]$ et pour la même raison : d'après le codage, $(d)$ passe par le milieu de $[AB]$ et est perpendiculaire à $[AB]$.

**Méthode (CONSTRUCTION DE LA MÉDIATRICE D'UN SEGMENT $[AB]$ *au compas*)**

1. **On ouvre le compas d'une longueur environ égale à $AB$.**
2. **On pique sur l'une des extrémités et on trace un arc de cercle de chaque côté du segment $[AB]$.**
3. **On répète l'étape précédent, mais en piquant sur l'autre extrémité.**
4. **Ces 4 arcs de cercle doivent se couper en deux points que l'on relie : c'est la médiatrice ! Si les arcs ne se coupent pas, il faut répéter les étapes 2 et 3 afin de les prolonger.**

Illustration :



| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**18 p. 222** | **En classe :**<br>**10 p. 221** | **À la maison :**<br>**11, 13 p. 221** |

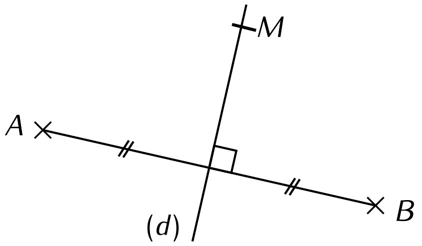
## 2. Propriétés de la médiatrice

**Propriétés (de la médiatrice)**

- Si un point se trouve sur la médiatrice d'un segment, alors il est ***équidistant*** (= à égale distance) de ses extrémités ;
- Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il se trouve sur la médiatrice de ce segment.

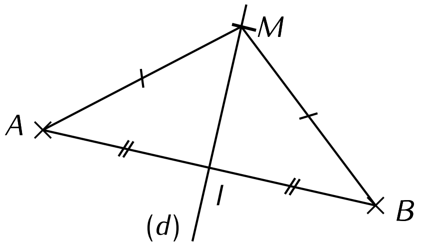
### Rappel bis

Encore une fois, ce sont des propriétés : il ne faudra pas oublier de faire un schéma DPC pour les utiliser ! !



■ **EXERCICE :** On donne la figure ci-contre dans laquelle $M \in (d)$. Prouver que $AMB$ est un triangle isocèle en $M$.

Solution :
D : $(d)$ est la médiatrice du segment $[AB]$ (d'après le codage).
P : D'après la propriété de la médiatrice, on a :
C : $MA = MB$, donc $AMB$ est un triangle isocèle en $M$.



■ **EXERCICE :** On donne la figure ci-contre. Prouver que le triangle $MIB$ est rectangle en $I$.

Solution :
D : $AM = BM$ (d'après le codage).
P : D'après la propriété de la médiatrice, on a :
C : $M$ se trouve sur la médiatrice sur $[AB]$, donc $(d) \perp (IB)$ et donc le triangle $MIB$ est rectangle en $I$.

| Oral :<br>20 p. 222 | En classe :<br>54 p. 225 | À la maison :<br>55 p. 225 (+ « Vers quel lieu doivent-ils aller pour marcher le moins possible ? ») |
|---|---|---|

Problème ouvert : 91 p. 141 / Tâche complexe : 100 p. 143

Chapitre

# ADDITION & SOUSTRACTION 5

## I — Additions

**Définitions**

**Lorsqu'on ajoute un nombre à un autre, on calcule une addition. Le résultat d'une addition s'appelle une somme.**
**Les deux nombres utilisés dans une addition s'appellent des termes.**
**L'addition est une opération, tandis que la somme est un nombre.**

*Exemples : Avec le calcul* $22,12 + 19,82 = 41,94$, *on peut écrire que :*

- *la somme de* $22,12$ *et de* $19,82$ *est égale à* $41,94$ ;
- *l'on calcule la somme de* $22,12$ *et de* $19,82$ ;
- *les termes de la somme sont* $22,12$ *et* $19,82$.

**Propriété**

On peut modifier l'ordre des termes dans une somme. C'est très pratique pour le calcul mental ou pour poser l'addition.

*Exemple 1 (opération en ligne) :* $8,2 + 5 + 1,8 = 8,2 + 1,8 + 5 = 10 + 5 = 15$.

*Exemple 2 (opérations posées) :*

$$\begin{array}{r} \underline{2016 - 1945}: \\ 2\;{}_{1}0\;{}_{1}1\;\;6 \\ -\;{}_{1}1\;{}_{1}9\;\;4\;\;5 \\ \hline 7\;\;1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underline{26,12 - 18,82}: \\ 2\;{}_{1}6,{}_{1}1\;\;2 \\ -\;{}_{1}1\;{}_{1}8,\;8\;\;2 \\ \hline 7,\;3\;\;\;\; \end{array}$$

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>– | **En classe :**<br>**35a p. 35** | **À la maison :**<br>**31, 33, 34, 35bcd p. 35 + 4 p. 29** |

## II — Soustractions

**Définitions**

**Lorsqu'on enlève un nombre à un autre, on calcule une soustraction. Le résultat d'une soustraction s'appelle une différence.**
**Les deux nombres utilisés dans une soustraction s'appellent des termes.**
**La soustraction est une opération, alors que la différence est un nombre.**

*Exemples : Avec le calcul* $23,12 - 19,82 = 3,30$, *on peut écrire que :*

- *la différence de* $23,13$ *et* $19,82$ *est* $3,3$ *(il y a un zéro inutile à enlever)* ;
- *la différence de* $23,12$ *par* $19,82$ ;
- *ceux de la différence sont* $23,12$ *et* $19,82$.

**ATTENTION !!!**

**On NE peut PAS modifier l'ordre des termes dans une différence ! ! !**

*Exemple 1 (opération en ligne) :* $8 - 3 = 5$, *mais on ne sait pas encore calculer* $3 - 8$...

*Exemple 2 (opérations posées) :*

$$\underline{2016 + 8439}\,: \qquad \begin{array}{cccccc} & {}^{1} & & & {}^{1} & \\ & & 2 & 0 & 1 & 6 \\ + & & 8 & 4 & 3 & 9 \\ \hline & 1 & 0 & 4 & 5 & 5 \end{array}$$

$$\underline{42,13 + 19,6}\,: \qquad \begin{array}{ccccc} & {}^{1} & & & \\ & 4 & 2, & 1 & 3 \\ + & 1 & 9, & 6 & \\ \hline & 6 & 1, & 7 & 3 \end{array}$$

| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| 16, 17, 26, 27 p. 34 | 30, 36a p. 35 + 2 p. 29 | 32, 36bcd p. 35 + 3 p. 29 |

## III — Ordre de grandeur

**Définition**

**Pour calculer un ordre de grandeur d'une opération, on remplace les termes (ou les facteurs) par des nombres proches, mais plus « simples » afin d'effectuer le calcul *mentalement*. Le résultat obtenu est alors une valeur approchée du vrai résultat (mais pas LE vrai résultat !), permettant de prévoir ou éventuellement contrôler le résultat calculé.**

*Exemple : On souhaite voir à peu près combien font* $198 + 303,2$. *On remplace mentalement* $198$ *par* $200$ *et* $303,2$ *par* $300$, *ce qui donne (toujours mentalement)* $200 + 300 = 500$. *(le vrai résultat étant* $501,2$*).*

■ **EXERCICE :** Le marathon de Paris fait 42, 195 km de long. Le record de temps a été battu en 2014 par l'éthiopien Kenenisa Bekele en 2 h 05 min 03 s. À quelle vitesse moyenne a-t-il couru ?

> Solution : Il a fait environ 40 km en environ 2 h. Proportionnellement, cela correspond à faire environ 20 km en 1 h, d'où une vitesse moyenne d'environ 20 km/h.

**Remarques**

- La vitesse moyenne sera abordée en classe de $4^e$. Un calcul exact donne une vitesse moyenne de 20, 2455017993 km/h !
- On peut obtenir plusieurs ordres de grandeur pour un même calcul : tout dépend des nombres choisis pour remplacer les termes, mais aussi des facilités de calculs des élèves (certains sont plus à l'aide que d'autres avec le calcul mental) !
- La notion d'ordre de grandeur sera surtout utilisée en sciences et en calcul mental.

| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| — | — | 38 p. 35 |

Problème ouvert : 93 p. 41

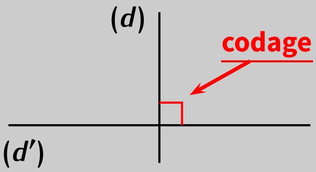
Chapitre

# PARALLÈLES & PERPENDICULAIRES 6

## I — Définitions et constructions

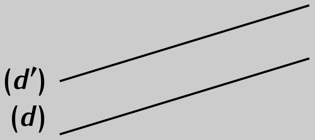
### Définitions

Deux **droites perpendiculaires** sont deux droites sécantes qui se coupent en formant quatre angles égaux, appelés **angles droits**. On note mathématiquement : $(d) \perp (d')$.



On dit que deux droites sont **parallèles** lorsqu'elles ne sont pas sécantes. On note mathématiquement : $(d) \parallel (d')$.

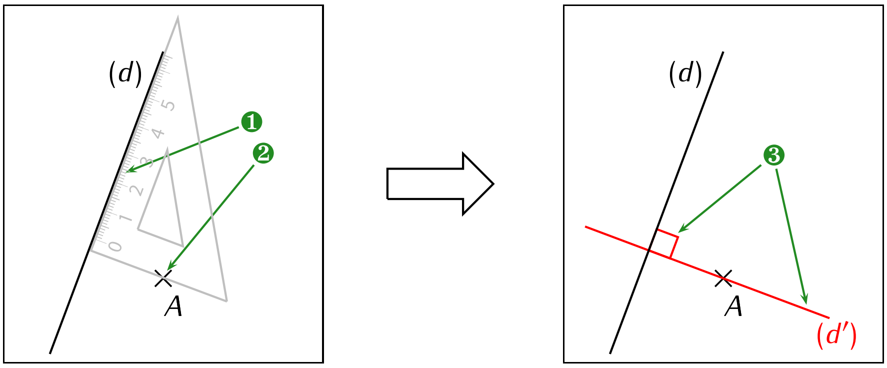
Cas particulier : Lorsque trois points $A$, $B$ et $C$ sont alignés, alors les droites $(AB)$ et $(AC)$ ont une infinité de points communs. Ces deux droites sont alors **confondues**.



### Méthode (CONSTRUIRE UNE PERPENDICULAIRE)

1. On colle un côté de l'angle droit de l'équerre contre la droite demandée.
2. On fait passer l'autre côté de l'angle droit de l'équerre par le point demandé.
3. On trace la perpendiculaire, en prolongeant un peu des deux côtés (ça doit dépasser la droite et le point) et **sans oublier le codage de l'angle droit** ! !

En pratique : On utilise obligatoirement l'équerre pour construire la perpendiculaire à $(d)$ passant par le point $A$ :



### Remarque

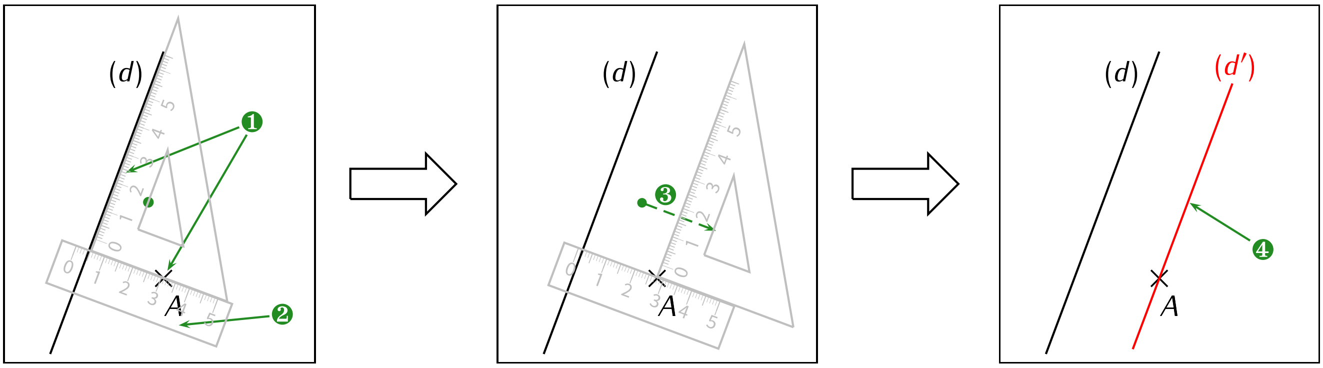
La perpendiculaire permet donc de trouver la plus courte distance entre un point et une droite : il suffit juste de mesure la longueur du **segment** entre le point $A$ et la droite $(d)$.

| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| 20, 24 p. 186 | 7 p. 183 | 8, 9, 10 p. 183 + 39, 42 p. 188 |

### Méthode (CONSTRUIRE UNE PARALLÈLE)

1. **On place le grand côté de l'angle droit de l'équerre contre la droite et le petit contre le point.**
2. **On colle la règle contre le petit côté de l'équerre et on a la maintient fermement pour ne pas qu'elle bouge.**
3. **On fait glisser l'équerre le long de la règle jusqu'à ce qu'on rencontre le point demandé.**
4. **On maintient alors fermement l'équerre, on enlève la règle, et on trace la parallèle sur le grand côté de l'angle droit de l'équerre.**

En pratique : On utilise obligatoirement l'équerre pour construire la parallèle à $(d)$ passant par le point $A$ :



**Remarque**

Il n'existe pas de codage *officiel* sur une figure pour indiquer que deux droites sont parallèles.

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **25 p. 186** | **12 p. 185** | **13, 14 p. 185 + 49, 52 p. 189** |

## II — Mes trois premières propriétés de 6$^e$

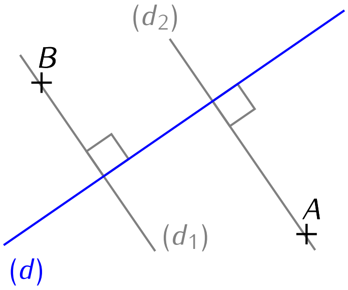
### Propriété

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.

*Exemple :*

*Reprenons l'exercice 13 p. 185. Après avoir fait la question a, on se retrouve avec cette figure ci-contre :*

*À la question b, on nous demande ce qu'on peut dire des deux droites tracées ? Elles sont évidemment parallèles car cela se voit sur le dessin. . .*



*"Voir" sur un dessin n'est plus une justification ou une preuve efficace que les deux droites sont parallèles, il va falloir le démontrer. Pour cela, on utilise un schéma « DPC » qui permet d'énoncer les* ***D****onnées de la figure, puis de citer la* ***P****ropriété qu'on va utiliser pour enfin donner la* ***C****onclusion. Pour notre exemple, on écrira donc :*

*D : Les droites $(d_1)$ et $(d_2)$ sont perpendiculaires toutes les deux à la droite $(d)$.*
*P : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.*
*C : On a $(d_1)$ // $(d_2)$.*

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **–** | **57 p. 190** | **54 p. 189** |

### Propriétés

- Si deux droites sont parallèles à une même troisième droite, alors elles sont parallèles entre elles.
- Si deux droites sont parallèles et qu'une troisième droite est perpendiculaire à l'une des deux, alors elle sera aussi perpendiculaire à l'autre.

L'explication et l'utilisation de ces propriétés seront (brièvement) détaillées en AP.

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| — | — | — |

Problème ouvert : 79 p. 193

Chapitre 7

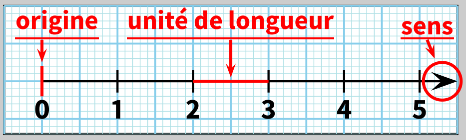
# ORDRE

## I — Demi-droite graduée

### 1. Avec des graduations décimales

**Définition**

**On appelle demi-droite graduée une demi-droite qui possède une origine (toujours le zéro), un sens (représenté par une flèche) et une unité de longueur fixée (généralement le cm) :**



**Propriétés**

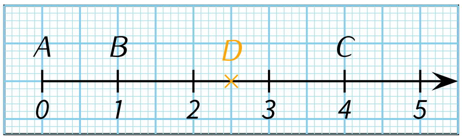
Sur une demi-droite graduée,

- chaque point est représenté par un nombre appelé *abscisse* de ce point.
- à chaque nombre correspond un point unique.

Notation : « Le point $P$ d'abscisse 3,5 » s'écrit mathématiquement « $P(3,5)$ ».

*Exemples : Sur la figure suivante ,*

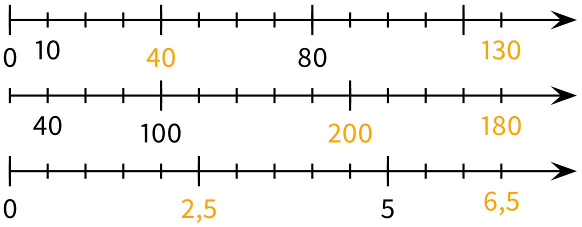
- *L'abscisse du point C est 4 :* $C(4)$
- *Le nombre 1 est l'abscisse du point B :* $B(1)$
- *L'origine (ici A) a toujours pour abscisse 0 :* $A(0)$
- *Où et comment placer le point* $D(2,5)$ *?*



**ATTENTION !!!**

- ✔ **L'origine d'une demi-droite graduée n'est pas toujours apparente. Par exemple, si l'on ne doit placer que des points d'abscisse 8, 9, 11 et 12, on tracera une portion de demi-droite où seules les graduations entre 8 et 12 apparaîtront !**
- ✔ **De plus, les graduations peuvent être des nombres à virgule ! !**
- ✔ **Enfin, il peut y avoir des sous-graduations. L'espace compris entre deux sous-graduations qui se suivent ne correspond pas à l'unité de longueur ! !**

■ **EXERCICE :** Complète chaque grande graduation ainsi que la dernière petite graduation avec les nombres qui manquent, en t'aidant éventuellement de la petite graduation donnée :



| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| 28, 29 p. 16 | 61 p. 18 + 64 p. 19 | 62, 63, 65, 66, 67 p. 19 + 98 p. 23 |

## 2. Avec des graduations fractionnaires

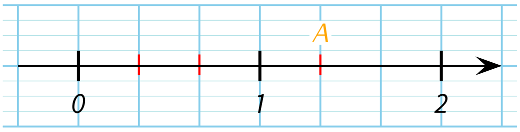
**Méthode (PLACER UN POINT D'ABSCISSE DONNÉE)**

**Pour placer le point $A\left(\frac{4}{3}\right)$ sur une demi-droite graduée,**

1. **Il faut diviser chaque unité de longueur en 3 morceaux de taille égale : on place des petites graduations.**
2. **On compte ensuite 4 graduations sur les petites graduations (sans compter l'origine) et on place le point $A$ !**

*Exemple :*

*Placer le point $A\left(\frac{4}{3}\right)$ sur la demi-droite graduée ci-contre.*

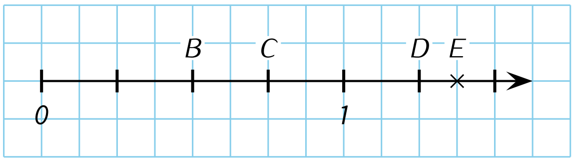


**Méthode (LIRE L'ABSCISSE D'UN POINT DONNÉ)**

1. **On regarde en combien de morceaux l'unité de longueur a été partagée → on a le dénominateur.**
2. **On regarde quelle est l'abscisse du point sur la *petite* graduation (c'est donc forcément un nombre entier) → on a le numérateur.**

*Exemple :*

*Lire l'abscisse des points B, C et D.*



*L'unité de longueur (de 0 à 1) est partagée en 4 morceaux. Les abscisses seront donc des fractions de dénominateur 4. Il ne reste plus qu'à compter : $B\left(\frac{2}{4}\right)$ ou $B\left(\frac{1}{2}\right)$, $C\left(\frac{3}{4}\right)$ et $D\left(\frac{5}{4}\right)$. Pour B, on peut aussi voir qu'il est pile au milieu de 0 et 1, donc son abscisse peut aussi s'écrire $\frac{1}{2}$…*

■ **EXERCICE :** Lire l'abscisse du point $E$ sur la demi-droite graduée ci-dessus, dessinée sur les petits carreaux.

Solution : Il faut faire attention ici car le point $E$ se trouve pile entre 2 petites graduations : il faut donc imaginer que **chaque** graduation est coupée en deux. L'unité de longueur est ainsi partagée en 8 morceaux et le point $E$ se trouve sur le 11$^{e}$, d'où $E\left(\frac{11}{8}\right)$.

| **Oral :**<br>**12, 13, 14, 17 p. 66** | **En classe :**<br>**26 p. 67** | **À la maison :**<br>**27, 28, 29, 34 p. 67** |
|---|---|---|

## II — Comparaison

**Définition**

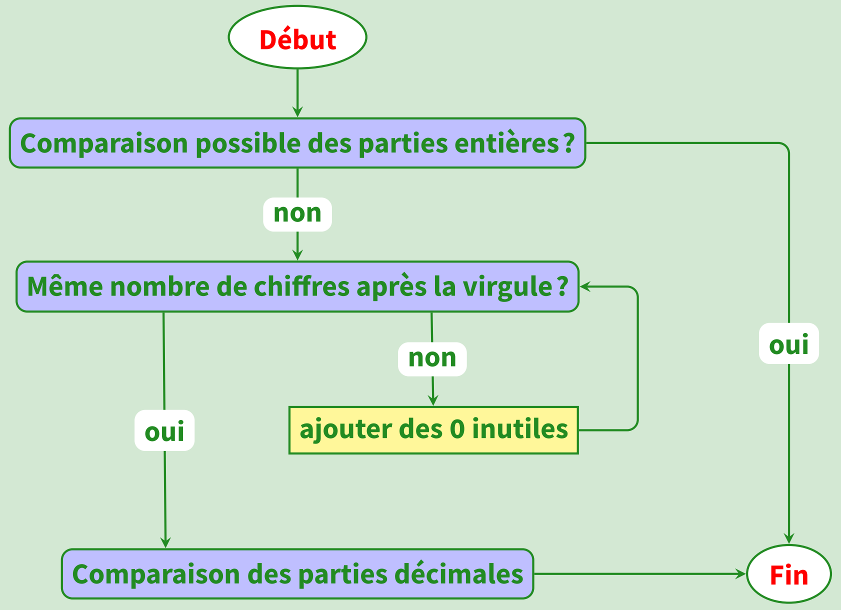
**Comparer deux nombres revient à dire si le premier est inférieur, supérieur ou est égal au deuxième.**

Notations : $a$ et $b$ désignent deux nombres décimaux quelconques.

- $a < b \quad \rightarrow \quad a$ est **inférieur à** $b$ : par exemple $1,8 < 2$
- $a > b \quad \rightarrow \quad a$ est **supérieur à** $b$ : par exemple $10 > 7,5$
- $a = b \quad \rightarrow \quad a$ est **égal à** $b$ : par exemple $93,440 = 93,44$

Comment faire pour comparer deux nombres décimaux ?

**Méthode (COMPARER DEUX NOMBRES DÉCIMAUX : ALGORITHME)**



*Exemples :*

- $12,9 > 7,45$
- $26,34 < 32,12$
- $1,34 > 1,27$
- $98,20 > 98,14$ *car* $20 > 14$.

■ **EXERCICE :** Pour chacun des exemples ci-dessus, trouve le chemin de la méthode correspondant.

Solution :

- Pour $12,9 < 7,45$ : début → oui → fin,
- Pour $26,34 < 32,12$ : début → oui → fin,
- Pour $1,34 > 1,27$ : début → non → oui → fin,
- Pour $98,2 > 98,14$ : début → non → non → oui → fin.

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**30, 31 p. 16** | **En classe :**<br>**69 p. 19** | **À la maison :**<br>**70, 71 p. 19** |

## III — Ranger, encadrer ou intercaler des nombres

**Définitions**

**Ranger une liste de nombres dans :**

- **l'ordre croissant signifie les écrire du plus petit au plus grand, en utilisant le symbole « < ».**
- **l'ordre décroissant signifie le contraire. On utilise alors le symbole « > ».**

*Exemple : Si l'on considère les nombres* $20,12$ - $22,3$ - $17,3$ *et* $22,22$*, alors :*

- *un rangement dans l'ordre croissant donne : 17,2 < 20,12 < 22,22 < 22,3.*
- *un rangement dans l'ordre décroissant donne : 22,3 > 22,22 > 20,12 > 17,2.*

■ **Exercice :** Ranger dans l'ordre croissant puis décroissant les nombres suivants : $8,5$ - $6,23$ - $12,15$ - $8,7$ - $6,4$.

Solution :
**Ordre croissant :** $6,23 < 6,4 < 8,5 < 8,7 < 12,15$.
**Ordre décroissant :** $12,15 > 8,7 > 8,5 > 6,4 > 6,23$.

**Remarque**

L'expérience prouve que certains élèves savent ranger correctement les nombres mais ne tiennent pas compte, volontairement ou non, de l'obligation d'utiliser les symboles $<$ et $>$. La même erreur aux évaluations fera donc logiquement perdre des points…

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **17 p. 15** | **18 p. 15** | **19, 20 p. 15 + 72 p. 19** |

**Définitions**

**Donner un encadrement d'un nombre revient à déterminer deux autres nombres : l'un inférieur au nombre de départ et l'autre supérieur. La soustraction de ces deux nombres donne l'amplitude.**

*Exemples : Encadrer* $17,8$ *par deux autres nombres signifie le « coincer » entre ces deux nombres, par exemple*

$17,5 < 17,8 < 20$ *: on dit que* **17,8 est encadré par 17,5 et 20***.*

*On demande souvent d'encadrer un nombre par* **deux entiers consécutifs** *(= qui se suivent), il faut alors trouver l'entier (= nombre sans virgule) qui est juste en-dessous du nombre et celui juste au-dessus :*

$17 < 17,8 < 19$ *: on dit que* **17,8 est encadré par 17 et 18***.*

**Définition**

**Intercaler un nombre revient au contraire à le coincer entre deux autres nombres donnés.**

*Exemple : Si l'on demande d'intercaler un nombre entre 5 et 10, on va écrire par exemple* $5 < 7 < 10$ *: on a bien intercalé 7 entre 5 et 10.*

■ **Exercice :** Intercaler au moins deux nombres entre $9,1$ et $9,3$.

Solution : On peut écrire : $9,1 < \underline{9,20} < \underline{9,25} < 9,3$. Ne pas oublier qu'on peut utiliser les zéros inutiles appris dans le chapitre n°1 p. 6 !

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **35, 36 p. 16** | **73 p. 19** | **75, 76 p. 19** |

Problème ouvert : 79 p. 72 / Tâche complexe : 112 p. 25

# STATISTIQUES

Chapitre
8

## I — Tableau d'effectifs

**Définition**

**Un tableau d'effectifs permet d'organiser et de regrouper les données afin de les lire plus facilement : on compte le nombre de fois qu'apparaît chaque valeur.**

■ **EXERCICE :** Voici le tableau des médailles obtenues par les six premières nations lors des JO de Pékin :

| | Or | Argent | Bronze | Total |
|---|---|---|---|---|
| Chine | 51 | 21 | 28 | 100 |
| U.S.A. | 36 | 38 | 36 | 110 |
| Russie | 23 | 21 | 28 | 72 |
| France | 7 | 16 | 17 | 40 |
| Espagne | 5 | 10 | 3 | 18 |
| Suisse | 2 | 0 | 4 | 6 |

Compléter ce tableau puis répondre aux questions suivantes :

1. Qui a remporté le plus de médailles ? les U.S.A.
2. Qui a remporté le plus de médailles d'or ? la Chine
3. Qui a remporté le plus de médailles d'argent ? les U.S.A.
4. Qui a remporté le moins de médailles de bronze ? l'Espagne
5. Combien les pays européens de ce classement ont-ils remporté de médailles en tout ? $40 + 18 = 58$

**Définition**

**Le tableau ci-dessus est appelé tableau à double entrée car il permet de présenter deux grandeurs : pays + type de médailles. On aurait pu choisir genre (fille ou garçon) + niveau...**

| **Oral :**<br>**7, 8, 9, 12 p. 100** | **En classe :**<br>**2 p. 97 + 14, 18 p. 101 + 20 p. 102** | **À la maison :**<br>**3 p. 97 + 15, 16, 17, 19 p. 101 + 21 p. 102** |
|---|---|---|

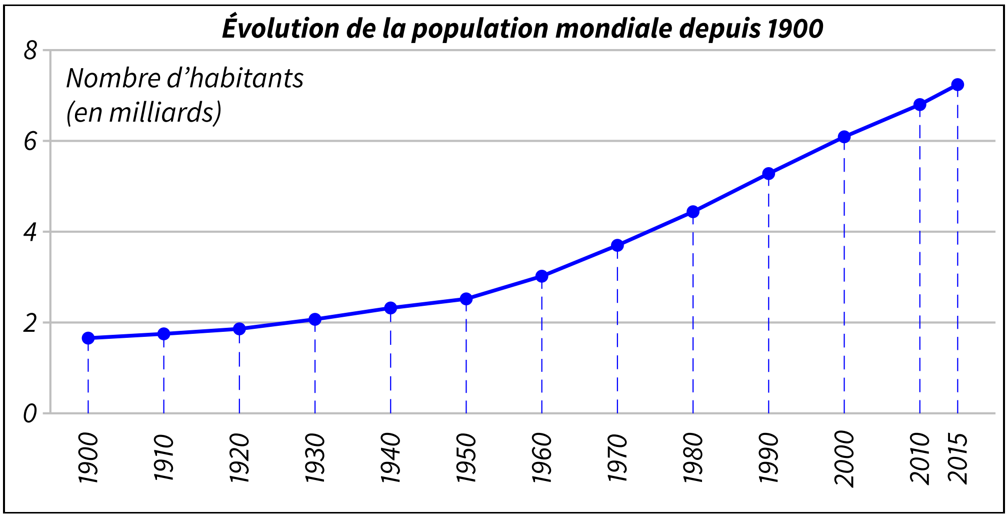
## II — Représentations graphiques

### 1. Graphique cartésien

**Définitions**

**Dans un graphique cartésien, on représente une grandeur en fonction d'une autre à l'aide d'une courbe. En classe de 6$^e$, nous ne ferons que de la lecture graphique sur ce type de représentation.**

*Exemple : Voici un graphique (cartésien) donnant l'évolution de la population mondiale depuis 1900 :*



■ **EXERCICE :** À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. Quelle était la population mondiale approximative en 1930 ? environ 2 milliards d'habitants
2. Quelle était la population mondiale approximative en 2000 ? environ 6 milliards d'habitants
3. Vers quelle année a-t-on dépassé les 3 milliards d'habitants ? vers 1960
4. Quelqu'un a-t-il une idée de la population mondiale en 2050 ? 9,73 milliards en moyenne !

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **11 p. 100** | — | **28 p. 103** |

## 2. Diagramme en bâtons

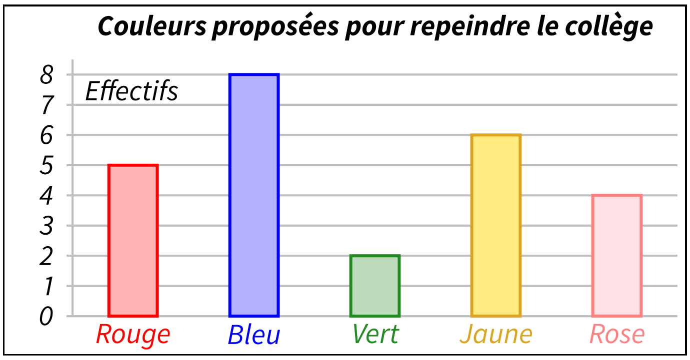
**Définition**

**Dans un diagramme en bâtons, la hauteur de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif de la valeur qu'il représente.**

*Exemple : On a demandé à des élèves au hasard de quelle couleur ils voudraient que le collège soit repeint. Voici les résultats :*

| Couleur | Rouge | Bleu | Vert | Jaune | Rose |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 5 | 8 | 2 | 6 | 4 |

*Voici le diagramme en bâtons correspondant à cette statistique :*



### Remarques

- Dans un tel diagramme, la largeur des bâtons n'a pas d'importance, il faut juste qu'ils ne soient pas collés les uns aux autres…
- En revanche, ce qui est obligatoire **pour tous les graphiques**, c'est de mettre un titre et d'indiquer à quoi chaque axe correspond, surtout s'il peut y avoir ambiguïté.

■ **EXERCICE :** À l'aide du diagramme ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

1. Quel était le nombre total d'élèves interrogés ? $5+8+2+6+4=25$ élèves
2. De quelle couleur sera repeint le collège ? apparemment en bleu…
3. Combien d'élèves ont choisi le rouge ou le rose ? $5+4=9$ élèves

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**10 p. 100** | **En classe :**<br>**23 p. 102** | **À la maison :**<br>**22, 24 p. 102** |

## 3. Diagramme circulaire/semi-circulaire

### Définition

**Dans un diagramme circulaire (ou diagramme semi-circulaire), chaque valeur est représentée par une part de disque (ou demi-disque) proportionnelle à son effectif.**

*Exemple : La famille d'un élève dépense 1 200 € chaque mois, selon les proportions suivantes :*

| *Type* | *Logement* | *Transport* | *Nourriture* | *Vêtements* | *Énergie* | *Loisirs* | *Total* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Dépense* | *20 %* | *15 %* | *40 %* | *7 %* | *11 %* | *7 %* | *100 %* |
| *Angle* | *72 °* | *54 °* | *144 °* | *25 °* | *40 °* | *25 °* | *360 °* |

$\times 3,6$

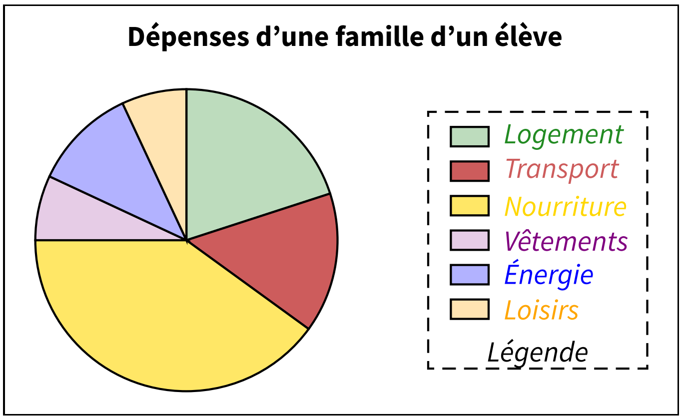
### Remarque

Pour l'explication du lien permettant de passer d'une ligne à l'autre, on se référera au chapitre n° 16 page 52.

### Méthode (CONSTRUIRE UN DIAGRAMME CIRCULAIRE)

1. **On complète le tableau des pourcentages en y ajoutant une ligne « Angles » et une colonne « TOTAL ».**
2. **On trace un cercle (quelle que soit sa taille) et un premier rayon *vertical* ;**
3. **On construit l'angle pour la 1$^{re}$ catégorie du tableau (ici "Logement") : cela donne un 2$^{e}$ rayon ;**
4. **À partir de ce nouveau rayon, on trace l'angle correspondant à la catégorie suivante ; on répète les étapes 3 et 4 jusqu'à l'avant-dernière catégorie ;**
5. **L'angle restant doit correspondre à la mesure de la dernière catégorie (ici 25 ° pour les "Loisirs").**

*Exemple : On a tracé le diagramme circulaire qui correspond au tableau de l'exemple ci-dessus :*



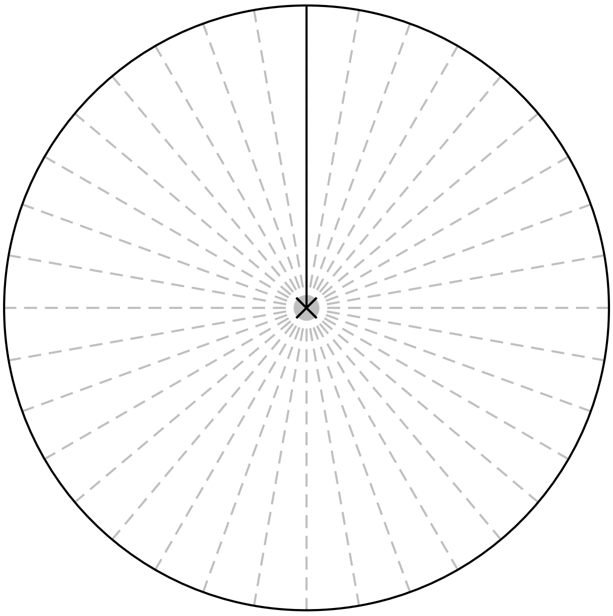
## Remarques

- Pour ce graphique, encore plus que pour les autres, il faut impérativement dire « qui est qui », soit en écrivant dans les portions, soit en écrivant à l'extérieur des portions (on peut aussi faire un mix des deux), ou alors on choisit de faire une légende comme ici. D'autres informations peuvent évidemment apparaitre : on aurait par exemple pu rajouter les pourcentages à l'intérieur des portions ou à côté des catégorie dans la légende.
- Il n'y aura pas toujours les % dans le tableau, on ne pourra donc pas toujours utiliser le lien "pourcent $\times 3,6 =$ angle". Si ce sont les effectifs qui sont donnés, le total sera fait de sorte qu'un lien vers les angles puisse facilement être trouvé (par exemple, si le total des effectifs vaut 120, alors on fera $120 \times 3 = 360$ pour passer à la ligne des angles.

■ **EXERCICE :** Dans un club, la répartition des sports est la suivante :

| Sport | Basket | Foot | Hand | Rugby | Volley | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre (en %) | 15 | 35 | 20 | 20 | … | …… |
| Angle (en °) | … | … | … | … | … | …… |

1. Complète le tableau ci-dessus.
2. Complète le diagramme circulaire ci-dessous correspondant à cette répartition, sachant qu'il est gradué tous les 10 ° (= deux traits en pointillés qui se suivent forment un angle de 10 °) :



| Oral :<br>13 p. 100 | En classe :<br>5 p. 99 | À la maison :<br>6 p. 99 + 25 p. 102 |
|---|---|---|

Problème ouvert : 50 p. 107 / Tâches complexes : 56, 57 p. 109

# ANGLES

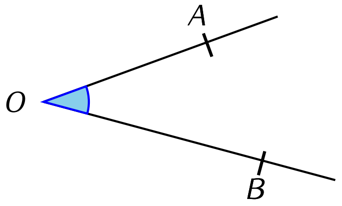
Chapitre
9

## I — Notion d'angle

**Définitions**

**Un angle est défini par l'ouverture de deux demi-droites de même origine. Cette origine commune s'appelle sommet de l'angle et les deux demi-droites s'appellent côtés de l'angle.**

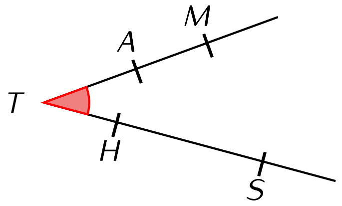
*Exemple :*



*Le point O est le sommet de l'angle bleu. Les demi-droites [OA) et [OB), d'origine commune O, sont les deux côtés de l'angle bleu.*

*Notation : Cet angle bleu se note* $\widehat{AOB}$ *ou* $\widehat{BOA}$.

■ **EXERCICE :**



Quels sont tous les noms de l'angle rouge ?

Solution : $\widehat{MTS}$, $\widehat{MTH}$, $\widehat{ATS}$, $\widehat{ATH}$, $\widehat{STM}$, $\widehat{STA}$, $\widehat{HTM}$ et $\widehat{HTA}$.

Qu'ont-ils tous en commun ?

Solution : Le point $T$ se trouve au milieu !

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**13, 14, 15, 16 p. 116** | **En classe :**<br>**24 p. 117** | **À la maison :**<br>**25, 26 p. 117** |

**Définition**

**Le degré est l'unité de mesure des angles au collège. Les plus connus sont :**

| **Angle** | **nul** | **aigu** | **droit** | **obtus** | **plat** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Mesure** | **0°** | **entre 0° et 90°** | **90°** | **entre 90° et 180°** | **180°** |

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**17 p. 116** | **En classe :**<br>**–** | **À la maison :**<br>**28, 29 p. 117** |

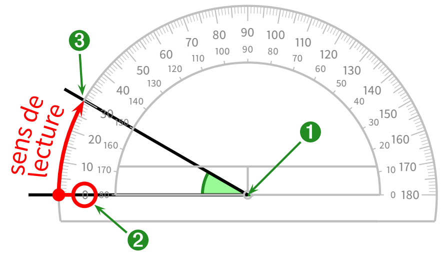
## II — Utiliser le rapporteur : mesurer un angle

**Méthode (MESURER UN ANGLE)**

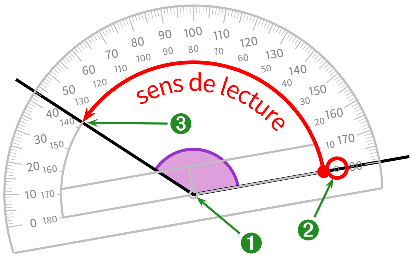
1. **On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle à mesurer ;**
2. **On place l'un des deux zéros sur un côté de l'angle de sorte que l'autre côté passe par une graduation du rapporteur ;**
3. **On lit la mesure de l'angle sur l'autre côté, *en partant du zéro placé*.**

*Exemples :*

*Angle aigu*



*Angle obtus*



**Oral :**
**18, 19 p. 117**

**En classe :**
**32 p. 117 + 34 p. 118**

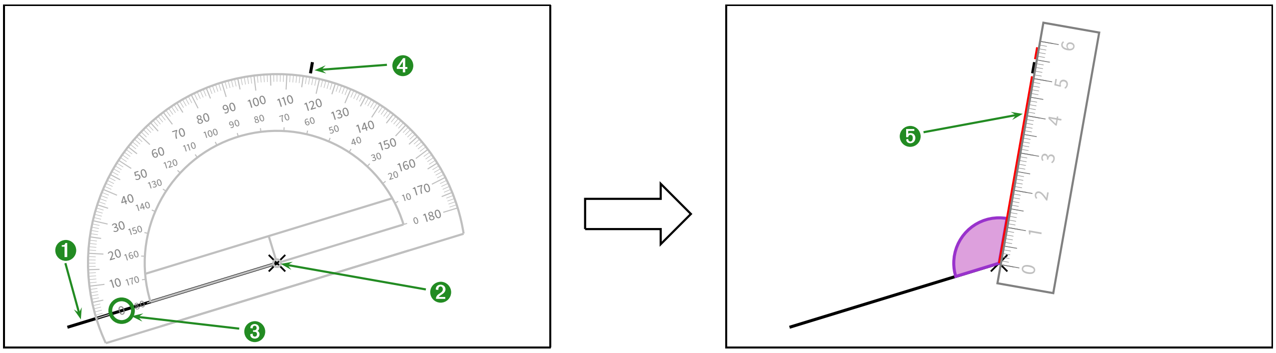
**À la maison :**
**33, 35, 36, 37 p. 118**

## III — Utiliser le rapporteur : construire un angle

### Méthode (CONSTRUIRE UN ANGLE)

1. **On construit un côté de l'angle avec son sommet ;**
2. **On place le centre du rapporteur sur le sommet de l'angle ;**
3. **On place l'un des deux zéros sur le côté tracé de l'angle ;**
4. **On marque la graduation *en comptant à partir du zéro placé* ;**
5. **On relie à la règle le sommet et la petite marque.**

*Exemple : Pour construire un angle de 117 ˚, on procède de la manière suivante :*



**Oral :**
**—**

**En classe :**
**7, 9 p. 115 + 43 p. 119**

**À la maison :**
**8, 10, 11 p. 115 + 44 p. 119**

**Remarque**

Nous verrons au chapitre n˚15 (p. 48) les "triangles" (tri-angles : trois angles), et notamment comment les construire en utilisant en particulier le rapporteur.

Problème ouvert : 73 p. 123 / Tâches complexes : 84 p. 125

# MULTIPLICATION

Chapitre

10

## I — Bases à connaître

**Définitions**

**La multiplication de deux nombres s'appelle un produit. Les deux nombres utilisés dans la multiplication sont appelés facteurs.**

*Exemple :* $5,6 \times 4,2 = 23,52$ *(en bleu les facteurs ; en rouge le produit). On peut dire que* le produit des nombres $5,6$ et $4,2$ donne $23,52$ *(le produit est un nombre) ou* la multiplication des nombres $5,6$ par $4,2$ est égale à $23,52$ *(la multiplication est une opération).*

**Propriété**

On peut modifier l'ordre des facteurs dans un produit.

*Exemple :* $4 \times 1,8 \times 5 = 4 \times 5 \times 1,8 = 20 \times 1,8 = 36$. *On a échangé les facteurs* $1,8$ *et* $5$ *afin de nous simplifier la tache en calculant ainsi de gauche à droite (qui est la technique la plus répandue en calcul mental).*

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **18, 19, 24** | **41 p. 36** | **13, 14 p. 33** |

## II — Poser une multiplication

**Méthode (POSER UNE DIVISION DÉCIMALE ($25,1 \times 4,23$))**

1. **On pose l'opération en colonne, virgule alignée ou non.**
2. **On compte le nombre *total* de chiffres après la virgule dans les facteurs (ici, il y en a 3) : à retenir pour l'étape 4…**
3. **On calcule les multiplications intermédiaires sans oublier les retenues, comme si les virgules des facteurs avaient disparu, puis on additionne les résultats intermédiaires.**
4. **On place la virgule au produit : il faut 3 chiffres après la virgule *(voir étape 2)*.**

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & 2 & 5, & 1 \\
 & & \times & 4, & 2 & 3 \\
\hline
 & & & 7 & 5 & 3 \\
 & & 5 & 0 & 2 & \cdot \\
1 & 0 & 0 & 4 & \cdot & \cdot \\
\hline
1 & 0 & 6, & 1 & 7 & 3
\end{array}$$

### Remarques

- Il est fortement conseillé d'utiliser les ordres de grandeur (explications en AP, si au moins un élève pense à la demander !) pour prévoir à peu près le résultat : $25,1 \times 4,23 \approx 25 \times 4 = 100$, on sait donc que le résultat doit être proche de 100 !
- Des fois, quand on multiplie par un nombre à virgule, le produit n'est pas forcément plus grand : $20 \times 0,8 = 16$, et $16 < 20$ !
- Certains élèves ont appris à mettre des "0" au lieu des "." pour matérialiser le décalage à chaque résultat intermédiaire. L'un comme l'autre sont corrects, et le professeur saura de toute manière comprendre !
- Sachant que la calculatrice ne peut pas être interdite à la maison, il est judicieux de l'utiliser pour vérifier les résultats. Cependant, la technique doit être connue car la calculatrice risque d'être refusée le jour de l'évaluation…

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **—** | **43 p. 35 + 53 p. 36** | **54, 55, 47 p. 36** |

## III — Multiplier par 10, 100 ou 1 000

**Propriétés**

Multiplier par :

- 10 revient à déplacer la virgule d'un rang vers la droite (ou ajouter un 0).
- 100 revient à déplacer la virgule de deux rangs vers la droite (ou ajouter deux 0).
- 1 000 revient à déplacer la virgule de trois rangs vers la droite (ou ajouter trois 0).

*Exemples :*

$20,16 \times 100 = 2\,016$ $\quad$ $2\,016 \times 1\,000 = 2\,016\,000$ $\quad$ $201,6 \times 1\,000 = 201\,600$

$93 \times 100 = 9\,300$ $\quad$ $0,93 \times 1\,000 =$ ~~0~~930~~,0~~ $\quad$ $201\,600 \times 10 = 2\,016\,000$

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **–** | **39 p. 35 + 7 p. 31** | **8, 10 p. 31 + 41 p. 35** |

## IV — Priorités opératoires

**Propriétés**

- Les calculs entre parenthèses doivent toujours être effectués d'abord (même s'ils sont à la fin du calcul) ;
- Les multiplications sont prioritaires sur les additions et les soustractions.
- « En mathématiques, quand on n'utilise pas quelque chose, on le recopie au même endroit. »

En effet, en 6$^{e}$, il est grand temps d'apprendre qu'on ne calcule plus forcément de gauche à droite, mais que certaines opérations ont automatiquement la priorité sur d'autres ! **On prendra donc l'habitude de toujours souligner le calcul prioritaire afin d'éviter les erreurs inutiles !**

*Exemples :*

- $\underline{(5+3)} - 6 = 8 - 6 = 2.$ $\quad$ • $12 - \underline{(8-5)} = 12 - 3 = 9.$ $\quad$ • $\underline{4 \times 5} + 3 = 20 + 3 = 23.$
- $\underline{2 \times 3} + 4 \times 6 = 6 + \underline{4 \times 6} = 6 + 24 = 30$ *(et surtout pas* ~~$2 \times 3 + 4 \times 6 = 6 + 4 \times 6 = 10 \times 6 = 60$~~ *!)*
- $4 + \underline{5 \times 3} = 4 + 15 = 19$ *(et surtout pas* ~~$4 + 5 \times 3 = 9 \times 3 = 27$~~ *!)*
- $\underline{(4+2)} \times (1+7) = 6 \times \underline{(1+7)} = 6 \times 8 = 48.$

**ATTENTION !!!**

**On rencontre souvent à la sortie de l'école primaire des élèves qui savent correctement calculer dans leur tête, mais qui écrivent à l'écrit tout se qui se passe dans leur tête :** $2 \times 3 + 4 \times 6 = 6 = 6 + 4 \times 6 = 24 = 6 + 24 = 30.$

**Ceci s'appelle un défaut de rédaction, et risque de faire perdre des points lors des évaluations, il faut donc vite corriger cette erreur en apprenant bien la leçon.**

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **29 p. 34** | **60, 62 p. 37** | **61, 63, 64, 65, 66, 68 p. 37** |

**Remarque**

Comme pour les additions et soustractions, on peut également utiliser les **ordres de grandeur** pour les multiplication, toujours afin de prévoir à peu près le résultat. C'est d'autant plus intéressant pour une multiplication car certains élèves ont tendance à oublier de placer la virgule finale à la fin de leur calcul posé…

Problème ouvert : 90 p. 41 / Tâches complexes : 103, 104 p. 43

Chapitre

# GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE 11

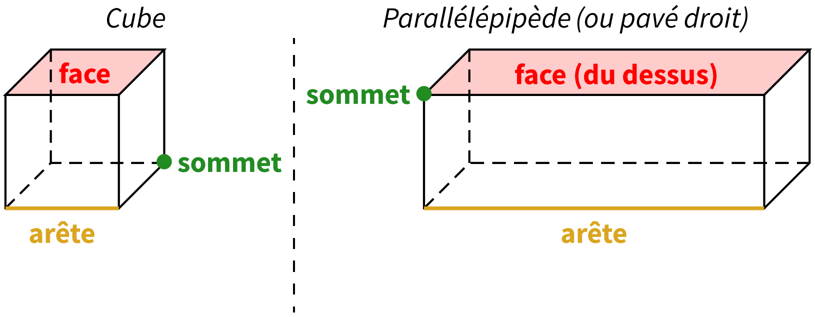
## I — Définitions

**Définitions**

**Ce que l'on peut dessiner sur une feuille est en 2 dimensions, on appelle cela des figures planes. En revanche, les objets que l'on peut réellement toucher sont appelés solides de l'espace.**

**Un parallélépipède rectangle (aussi appelé pavé droit) est un solide de l'espace dont les faces sont des rectangles superposables deux à deux. Les faces se coupent en des segments appelés arêtes. Les arêtes se coupent elles-mêmes en des points appelés sommets.**

*Exemple :*

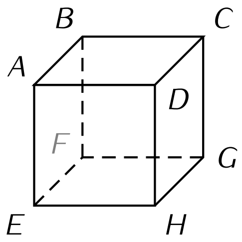


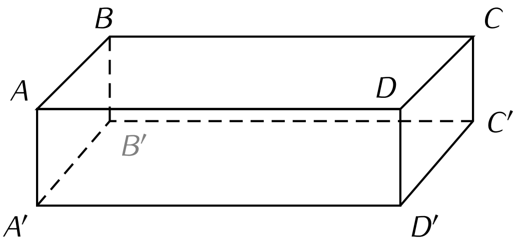
### Remarques

- On ne peut pas vraiment parler de longueur, largeur, hauteur, profondeur ou même base, car cela dépend de la représentation du pavé. On adoptera en général un vocabulaire qui rend compte de que l'on « voit ».
- Le **cube** est un parallélépipède particulier : celui où toutes les faces sont des carrés.

**■ EXERCICE :**

1. Dans chacun des parallélépipèdes suivants, faire la liste des faces (rectangles), des arêtes (segments) et des sommets (points) :





2. Dans le parallélépipède $ABCDEFGH$ ci-dessus,
   a. Nommer deux faces contenant l'arête [AB].
   b. Nommer trois arêtes contenant le sommet C.
   c. Nommer deux arêtes parallèles.
   d. Nommer quatre arêtes de même longueur.

Solution :

1. **Cube** :

   **Faces :** $ABCD$ (dessus), $EFGH$ (dessous), $ABFE$ (gauche), $CDHG$ (droite), $ADHE$ (avant) et $BCGF$ (arrière).

   **Arêtes :** $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ (arêtes du dessus), $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$, $[HE]$ (arêtes du dessous) et $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$, $[DH]$ (**arêtes latérales** [= de côté]).

   **Sommets :** $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$, $G$ et $H$.

   **Parallélépipède** :

   **Faces :** $ABCD$ (dessus), $A'B'C'D'$ (dessous), $ABB'A'$ (gauche), $CDD'C'$ (droite), $ADD'A'$ (avant) et $BCC'B'$ (arrière).

   **Arêtes :** $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ (arêtes du dessus), $[A'B']$, $[B'C']$, $[C'D']$, $[D'A']$ (arêtes du dessous) et $[AA']$, $[BB']$, $[CC']$, $[DD']$ (arêtes latérales).

   **Sommets :** $A$, $B$, $C$, $D$, $A'$, $B'$, $C'$ et $D'$.

2. a. $ABCD$ et $ABB'A'$ ;
   b. $[BC]$, $[CC']$ et $[CD]$ ;
   c. $[AD]$ et $[A'D']$, mais pourquoi pas aussi $[BC]$ ? d. $[AD]$, $[A'D']$, $[BC]$ et $[B'C']$.

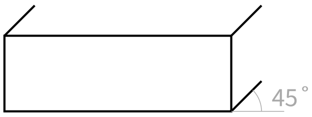
| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**11, 12, 14, 16, 17 p. 168 + 28 p. 170** | **En classe :**<br>**2 + 23 p. 169 p. 163** | **À la maison :**<br>**3 p. 163 + 24, 25 p. 169 + 29 p. 170** |

## II — Représentation en perspective cavalière

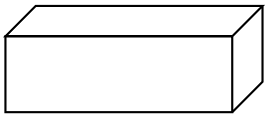
Pour représenter un solide de l'espace (comme le dessiner sur une feuille plate par exemple), plusieurs règles sont à maîtriser afin que tout le monde ait une figure à peu près semblable. On va expliquer comment dessiner un parallélépipède en perspective cavalière :

1. La face avant est représentée en grandeur réelle (ou à une certaine échelle si elle est vraiment trop grande).

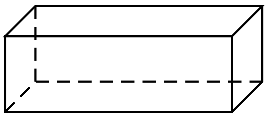
2. Les 3 **arêtes fuyantes** visibles (= celles qui vont vers l'arrière) sont toutes dessinées parallèlement, avec un angle compris entre 30° et 45°. Elles sont représentées plus courtes qu'en réalité (environ la moitié, à cause de l'impression d'éloignement).



3. Les arêtes visibles de la face arrière sont ensuite dessinées en trait plein (il y en a en général 2).



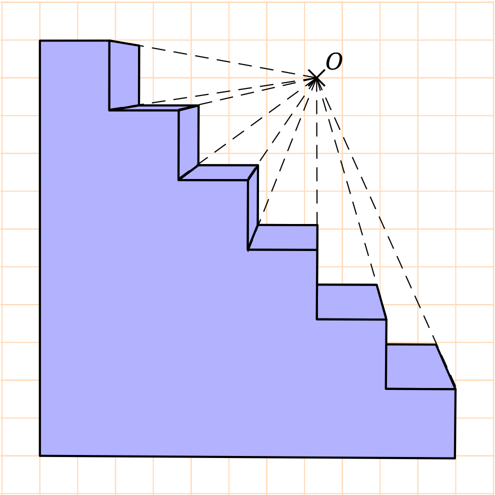
4. Enfin, les arêtes cachées sont dessinées parallèlement aux autres, en pointillés.



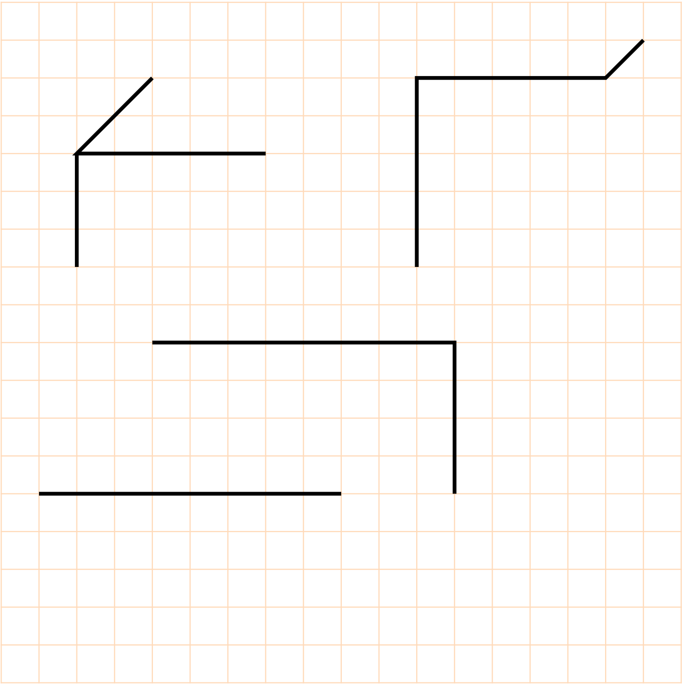
### Remarques

- Les segments parallèles ***et*** de même longueur dans la réalité restent parallèles et de même longueur sur un dessin en perspective cavalière.
- Les angles ne sont pas toujours respectés sur un dessin en perspective cavalière, seulement sur la face avant et la face arrière (voir les angles droits).

— Ces conventions sont différentes de ce que l'on peut voir en réalité : lorsqu'on dessine un escalier tel qu'on le voit, on utilise la perspective dite « **à un point de fuite** », où toutes les arêtes fuyantes sont sécantes en un point unique (le point de fuite), et non parallèles :



■ **Exercice :** Compléter les dessins en perspective cavalière des parallélépipèdes suivants :



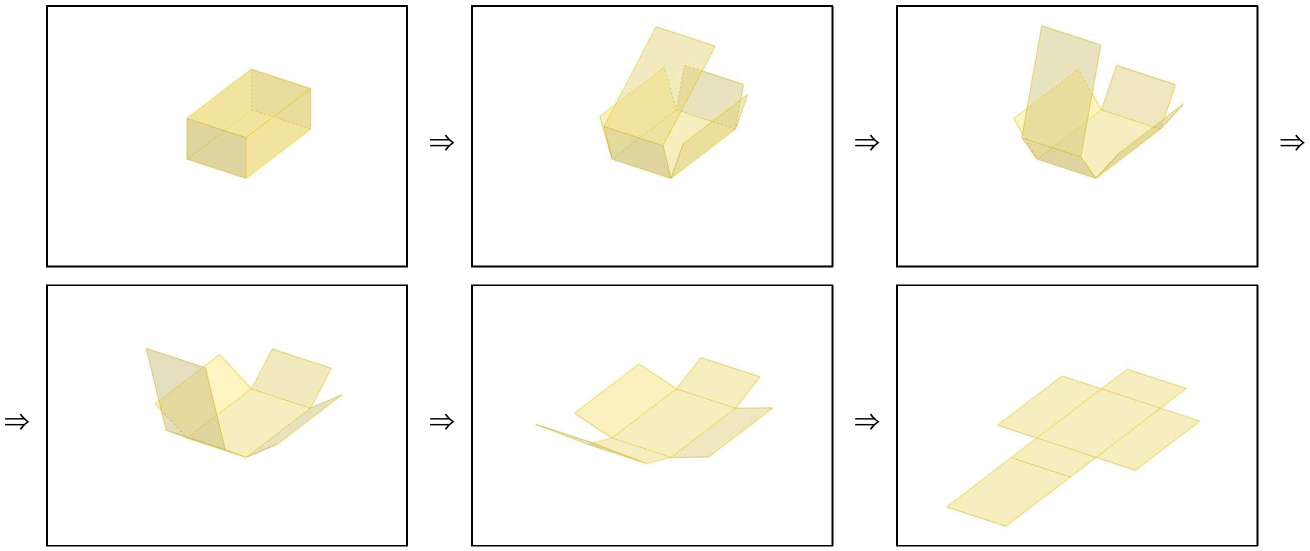
| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**15 p. 168** | **En classe :**<br>**5 p. 165** | **À la maison :**<br>**6 p. 165 + 33, 34 p. 170** |

## III — Patron d'un parallélépipède

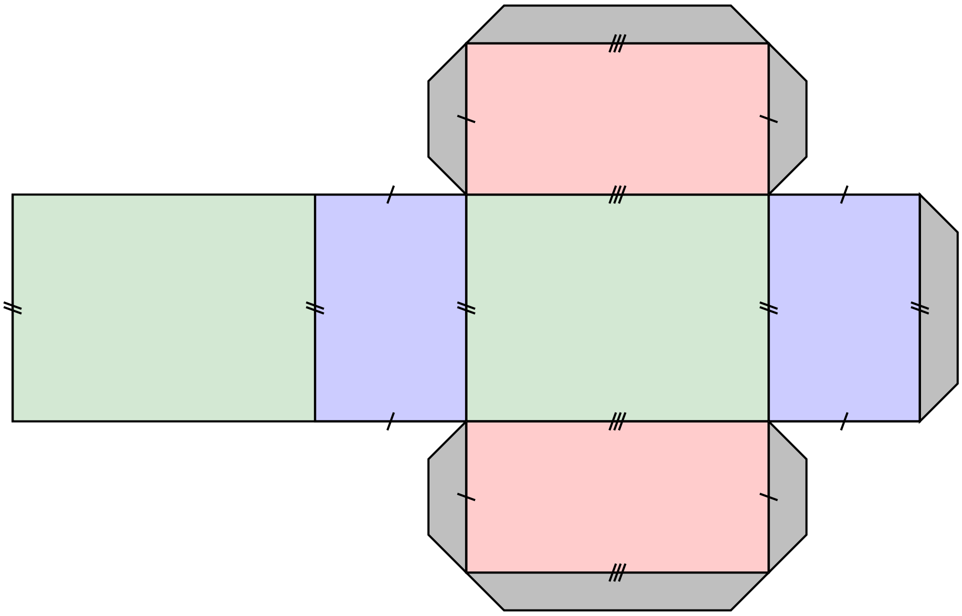
**Définition**

**Le patron d'un solide de l'espace est une figure plane, qui après découpage et pliage, permet d'obtenir ce solide. On peut aussi le voir comme le solide « déplié » afin de le poser à plat.**

*Exemple : Voici ce que l'on observe en "dépliant" le parallélépipède :*

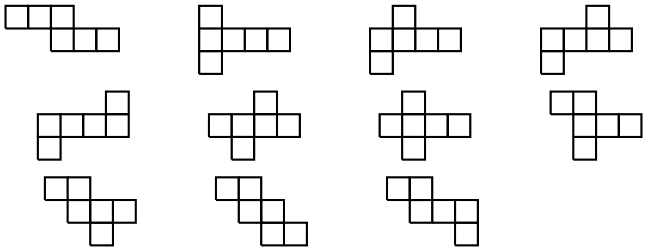


*Le patron à dessiner sur la feuille ressemblera donc à ceci :*



### Remarques

- Pour la construction, on aura besoin de languettes qui permettront au solide de tenir ! Les languettes ne font pas partie du patron !
- Dans le patron d'un pavé droit, les faces (rectangles, il y en a 6) vont toujours par 2.
- Il existe plusieurs patrons différents pour un même parallélépipède. Par exemple, il existe 11 patrons différents pour un cube :



| **Oral :**<br>**13 p. 168** | **En classe :**<br>**—** | **À la maison :**<br>**36, 37 p. 171** |
|---|---|---|

Problème ouvert : 73 p. 175 / Tâche complexe : 83 p. 177

Chapitre

# DIVISION 12

## I — Définitions et rappels

### Définitions

**La division de deux nombres s'appelle un quotient. Les deux nombres utilisés dans la division sont appelés dividende (c'est celui que l'on divise) et diviseur (c'est celui par lequel on divise). Lorsqu'on fait une division euclidienne (= division sans virgule), il y a aussi un reste.**

*Exemple : La division euclidienne de* 2016 *par* 5 *donne un quotient de* 403*, et il reste* 1 *:*

$$
\begin{array}{ccccc|c}
 & 2 & 0 & 1 & 6 & 5 \\ \cline{6-6}
- & 2 & 0 & & & 4\,0\,3 \\ \cline{2-3}
 & & 0 & 1 & & \\
- & & & 0 & & \\ \cline{3-4}
 & & & 1 & 6 & \\
- & & & 1 & 5 & \\ \cline{4-5}
 & & & & 1 &
\end{array}
$$

### Remarques

- Lorsqu'on pose une division euclidienne, on s'arrête lorsqu'il n'y a plus de chiffre à abaisser.
- La division (si elle tombe juste) est l'opération inverse de la multiplication car $2015 \div 5 = 403$ peut s'écrire $403 \times 5 = 2015$.
- Mentalement, « $\div 2$ » revient à prendre la moitié ; « $\div 4$ » revient à diviser deux fois de suite par 2.

### Propriété

La calcul en ligne qui correspond à une division euclidienne est :

dividende = diviseur × quotient + reste.

Pour notre division, on écrira donc $2016 = 5 \times 403 + 1$.

### Remarques

- Dans un problème, il faudra donc que la division soit posée, mais il faut aussi écrire le résultat en ligne.
- On n'écrit pas par exemple "$2016 \div 5 = Q = 403$; $R = 1$" ou "$2016 \div 5 = 403$ reste 1". Il n'y a qu'un seul moyen d'écrire le calcul en ligne !

### À la calculatrice

- ◇ Pour faire une division classique, on appuie sur la touche ÷.
- ◇ La calculatrice essaye de toujours donner le résultat sans virgule. Si elle affiche une fraction, il faudra alors appuyer sur ◂▸ pour obtenir le quotient décimal.
- ◇ Pour faire une division **euclidienne**, on tape à la place 2nde ÷ : la calculatrice affichera donc le quotient et le reste !

### ATTENTION !!!

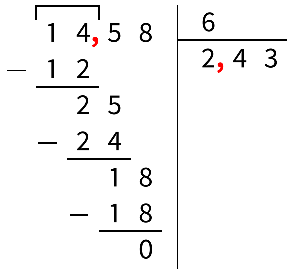
**Dans une division, *on ne peut pas échanger le dividende et le diviseur* afin de diviser le plus grand nombre par le plus petit : en effet, $4 \div 2 = 2$, mais $2 \div 4 = 0,5$ ! ! Il ne faut pas hésiter à utiliser la calculatrice pour vérifier le résultat !**

| **Oral :**<br>**13, 14, 15, 19, 21, 22, 23 p. 50** | **En classe :**<br>**35 p. 51 + 4 p. 47** | **À la maison :**<br>**33 p. 51 + 29, 30, 40 p. 51** |
|---|---|---|

# II — Poser une division décimale

## 1. La division s'arrête

Pour diviser par exemple $14,55$ par 6, la méthode est la même que pour une division sans virgule, à une exception près : **dès que l'on abaisse le premier chiffre après la virgule du dividende (même si c'est un zéro inutile), il faut placer une virgule au quotient**. S'il n'y a plus de chiffres à abaisser, on continue avec des zéros inutiles jusqu'à ce qu'on tombe sur un reste nul.



Donc $14,55 \div 6 = 2,425$.

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**25, 26 p. 51** | **En classe :**<br>**7 p. 49 + 50, 51 p. 52** | **À la maison :**<br>**8, 9 p. 49 + 56, 58, 60 p. 53** |

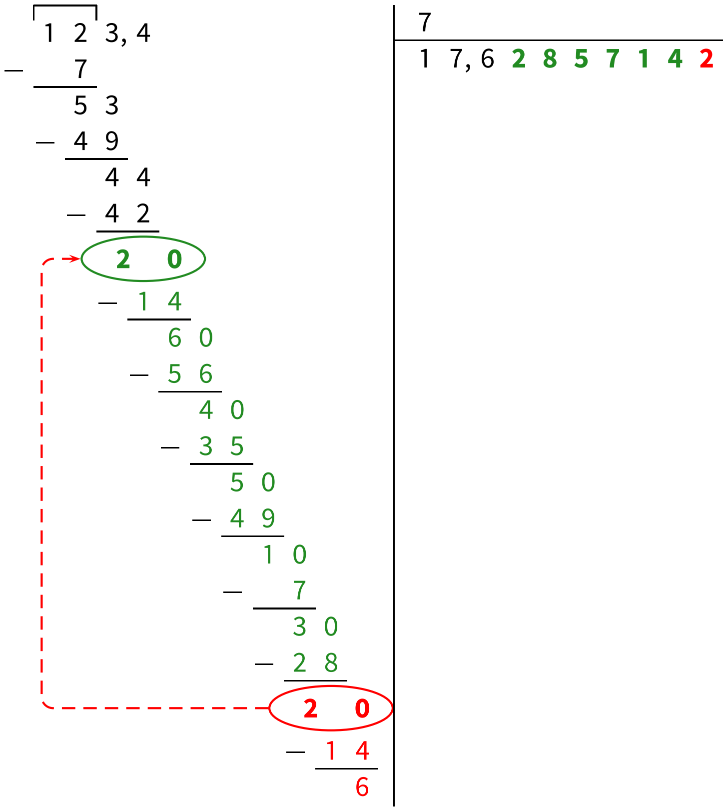
## 2. La division ne s'arrête pas

Ce n'est pas beaucoup plus compliqué qu'une division décimale qui s'arrête, mais il faut être bien concentré… Il faut déjà avoir abaissé tous les chiffres au minimum, et on fait ça dans la couleur habituelle (bleue sur le papier et noir dans ce cours), ce n'est qu'à partir du moment où on est obligé de baisser des zéros inutiles que ça devient intéressant !

**À partir de ce moment-là seulement**, on change de couleur (le vert) et on s'arrête lorsqu'on tombe sur un reste déjà rencontré dans cette nouvelle couleur (ici 20) : tous les chiffres suivants se déduisent donc par simple répétition !

On a continué ici un rang supplémentaire dans une troisième couleur (le rouge) pour bien montrer que le chiffre suivant au quotient est le même que le premier écrit en vert. Il n'est donc pas utile de continuer…

Donc $123,4 \div 7 = 17,6\,285714\,285714\ldots$



**ATTENTION !!!**

**La calculatrice n'a pas une place d'affichage illimitée, elle ne peut afficher qu'un certain nombre de chiffres. Par conséquent, elle arrondira nécessairement le dernier, donc attention aux pièges !**

On peut bien sur donner un résultat arrondi (voir chapitre n°7 page 6), surtout si c'est demandé dans l'énoncé :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $123,4 \div 7 \approx 18$<br>(arrondi à l'unité) | $123,4 \div 7 \approx 17,6$<br>(arrondi au dixième) | $123,4 \div 7 \approx 17,63$<br>(arrondi au centième) | $123,4 \div 7 \approx 17,629$<br>(arrondi au millième) |

| | |
|---|---|
| **En classe :**<br>**Quel est le $20^{e}$ chiffre après la virgule de** $2016 \div 13$ **?** | **À la maison :**<br>**Quel est le $10^{e}$ chiffre après la virgule de** $20,5 \div 7$ **?** |

# III — Multiples et diviseurs

## 1. Définitions

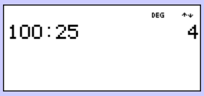
**Définitions**

**Lorsqu'un nombre $b$ se trouve dans la table de multiplication d'un autre nombre $a$, on dit que :**
**$b$ est un multiple de $a$ ; $b$ est divisible par $a$ ; $a$ est un diviseur de $b$.**

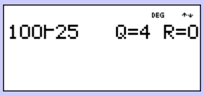
*Exemple : Puisque 12 est dans la table de 4, on peut indifféremment dire que 12 est un multiple de 4, ou bien que 12 est divisible par 4, ou encore que 4 est un diviseur de 12.*

**À la calculatrice**

Un nombre $x$ est divisible par $y$ si la division de $x$ par $y$ donne un résultat juste (pas de chiffre après la virgule, voir captures 1 et 3) ou si la division euclidienne de $x$ par $y$ donne un reste nul (voir captures 2 et 4) :

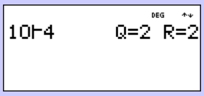


```
100:25                 4
```



```
100⊢25        Q=4 R=0
```

```
10:4                 2,5
```



```
10⊢4          Q=2 R=2
```

## 2. Critères de divisibilité

**Propriétés**

Un nombre est divisible. . . :

- par 2 s'il est pair (= s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8).
- par 3 si la somme de ses chiffres est dans la table de 3.
- par 4 si le nombre constitué de ses *deux derniers chiffres* est dans la table de 3.
- par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- par 9 si la somme de ses chiffres est dans la table de 9.
- par 10 s'il se termine par 0.

*Exemple : Appliquons ces critères au nombre 123 456 789 :*

- ▷ 123 456 789 *n'est pas divisible par 2 car il est impair.*
- ▷ *puisque* $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$, *on peut dire que* 123 456 789 *est divisible par 3* ($45=3\times15$) *et par 9* ($45=9\times5$)*.*
- ▷ *n'est pas divisible par 4 car 89 n'est pas dans la table de 4.*
- ▷ *n'est pas divisible par 5 (ni par 10) car il ne se finit pas par un 0 ou un 5.*

■ **Exercice :** Compléter le tableau suivant en marquant une croix dans la colonne correspondante :

| Nombre | Divisible par 2 | Divisible par 3 | Divisible par 4 | Divisible par 5 | Divisible par 9 | Divisible par 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 748 | × | | × | | | |
| 36 545 | | | | × | | |
| 168 | × | × | × | | | |
| 47 | | | | | | |
| 100 | × | | × | × | | × |
| 240 | × | × | × | × | | × |

**Oral :**
**16, 17, 24 p. 50**

**En classe :**
**41 p. 52**

**À la maison :**
**42, 44, 45, 48 p. 52**

## IV — Diviser par 10, 100 ou 1 000

Ces propriétés font écho à celles rencontrées pour la multiplication dans le chapitre n˚5 à la page 33 :

**Propriétés**

Diviser par :

- 10 revient à déplacer la virgule d'un rang vers la gauche (ou enlever un 0).
- 100 revient à déplacer la virgule de deux rangs vers la gauche (ou enlever deux 0).
- 1 000 revient à déplacer la virgule de trois rangs vers la gauche (ou enlever trois 0).

■ **EXERCICE :** Quels sont les mots qui ont changé par rapport aux mêmes propriétés appliquées à la multiplication ?

Solution : Les mots « droite » et « ajouter » ont été remplacés par « gauche » et « enlever ».

*Exemples :*

$201\,700 \div 100 = 2\,017$ $\quad$ $2\,010 \div 10 = 201$ $\quad$ $2\,017 \div 1\,000 = 2,017$

$201,7 \div 100 = 2,017$ $\quad$ $1,234 \div 10 = 0,123\,4$ $\quad$ $0,93 \div 1000 = 0,000\,93$

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **27 p. 50** | **63 p. 53** | **64, 66 p. 53** |

Problème ouvert : 95 p. 57 / Tâches complexes : 106, 107 p. 59

Chapitre 13

# QUADRILATÈRES

## I — Rectangle, losange, carré et parallélogramme

**Définitions (rappels)**

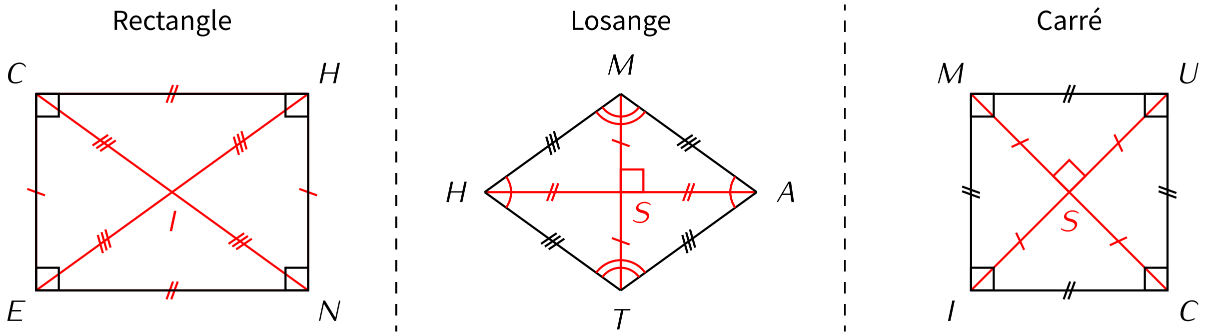
- **Un rectangle est un quadrilatère ayant ses quatre angles droits.**
- **Un losange est un quadrilatère ayant ses quatre côtés de même longueur.**
- **Un carré est un quadrilatère ayant ses 4 angles droits *ET* ses 4 côtés de même longueur.**

Bien sûr, ce ne sont pas les seules caractéristiques de ces figures : on peut aussi déterminer qu'un quadrilatère est un rectangle, un losange, un carré ou même un parallélogramme (voir plus loin) en utilisant des propriétés sur les angles ou les diagonales :

**Propriétés**

- Un rectangle a ses deux diagonales de même longueur et sécantes en leur milieu.
- Un rectangle a aussi ses côtés opposés parallèles et de même longueur.
- Un losange a ses deux diagonales perpendiculaires et sécantes en leur milieu.
- Un losange a aussi ses angles opposés de même mesure.
- Enfin, un carré a ses diagonales perpendiculaires, de même longueur et sécantes en leur milieu.

Illustrations :



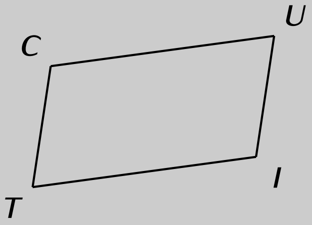
**Remarque**

Ces propriétés sont particulièrement utiles pour construire un quadrilatère particulier à partir des ses diagonales !

Par exemple, il est plus simple de construire un losange en traçant d'abord deux segments perpendiculaires qui se coupent en leur milieu et en reliant leurs extrémités…

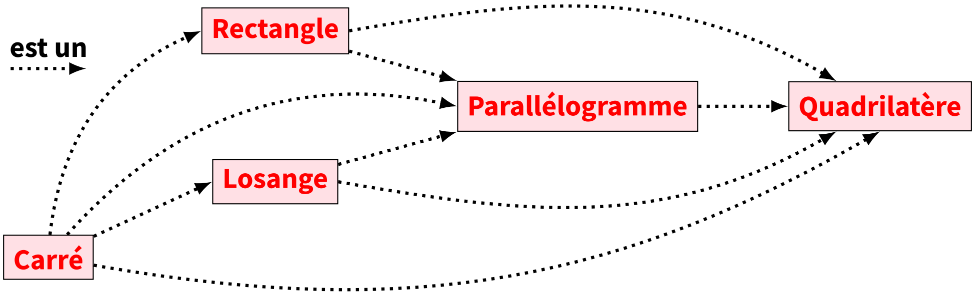
**Définition**

**Un parallélogramme est un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles :**



**ATTENTION !!!**

**Attention à l'utilisation des propriétés précédentes car elles ne vont que dans un sens (par exemple, un rectangle quelconque n'est pas un carré) :**



**Oral :** –

**En classe :** 18 p. 203

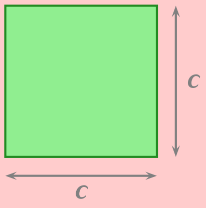
**À la maison :** 17 p. 203 + 56, 58, 62, 64 p. 207

## II — Calculs de périmètres

Voici les formules de périmètres des quadrilatères particuliers :

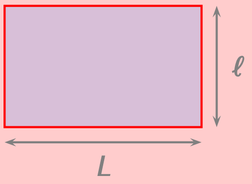
### Formules de périmètres

Carré (rappel)



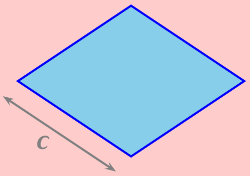
$\mathscr{P} = 4 \times c$

Rectangle (rappel)



$\mathscr{P} = 2 \times (L + \ell) = 2 \times L + 2 \times \ell$

Losange



$\mathscr{P} = 4 \times c$

### Remarque

Ces formules ne peuvent être utilisées que si l'on dispose des quadrilatères correspondants ! Pour toute autre figure, il est bon de rappeler que son périmètre correspond à la mesure de son contour et uniquement de son contour !

Pour rappel, voici un tableau de conversion qui sera très utile dans nos problèmes :

| Les préfixes | kilo | hecto | déca | **unité principale** | déci | centi | milli |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Longueurs | km | hm | dam | **m** | dm | cm | mm |
| 2,5 m | | | | 2 , | 5 | 0 | 0 |
| 12,3 dm | | | | 1 | 2 , | 3 | 0 |
| 265 cm | | | | 2 | 6 | 5 | 0 |
| 1 500 mm | | | | 1 | 5 | 0 | 0 |

**Oral :** 25, 26 p. 134

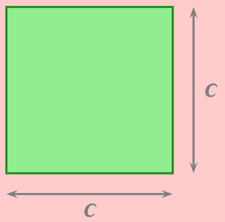
**En classe :** 31 p. 135

**À la maison :** 30, 32cd, 33 p. 135

## III — Calculs d'aire

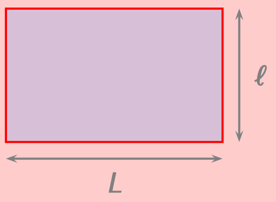
### Formules d'aire

**Carré**



$\mathscr{A} = c \times c$

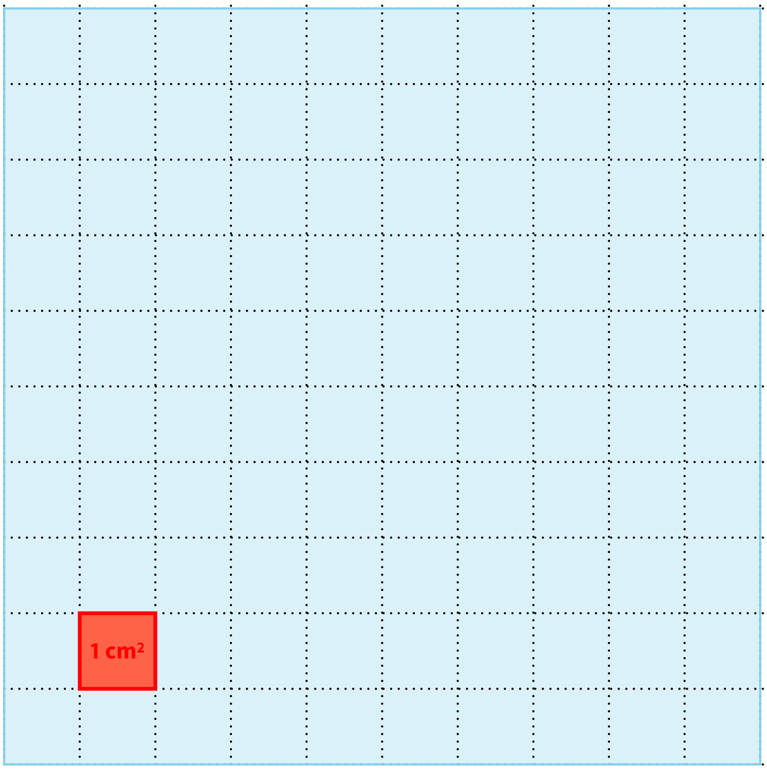
**Rectangle**



$\mathscr{A} = L \times \ell$

### Remarques

- De la même manière, 1 dm$^2$ désignera l'aire d'un carré de 1 dm de côté, 1 dam$^2$ désignera l'aire d'un carré de 1 dam de côté, etc.
- On considère la figure suivante (réalisée à l'échelle 1 :1 pour bien comprendre, voir chapitre n˚16 page 53 pour le mot « échelle ») :



L'aire du grand carré bleu est de 1 dm$^2$ (car c'est un carré de 1 dm de côté), mais aussi 100 cm$^2$ (grâce au quadrillage tous les cm).
Autrement dit : **1 dm$^2$ = 100 cm$^2$**.
De la même manière, on aura aussi : **1 m$^2$ = 100 dm$^2$** ; **1 dam$^2$ = 100 m$^2$** ; etc.

- N'oublions pas les unités spéciales d'aires qui existent surtout en agriculture : l'**are** (**1 a = 1 dam$^2$ = 100 m$^2$**) et l'**hectare** (**1 ha = 1 hm$^2$ = 100 a = 10 000 m$^2$**).

■ **Exercice :** Sachant que le quadrillage ci-dessus a été fait de sorte qu'un carreau fasse 10 petits points, combien y a-t-il de mm$^2$ dans le carré rouge ? dans le carré bleu ?

Solution : La carré rouge est un carré de 1 cm = 10 mm de côté. Il contient donc 10 lignes de 10 petits carré d'un mm de coté chacune, donc 100 mm$^2$ : **1 cm$^2$ = 100 mm$^2$**.

Le carré bleu contient 100 carré rouge qui font chacun 100 mm$^2$, donc le carré bleu fait $100 \times 100 = 10\,000$ mm$^2$. On a donc : **1 dm$^2$ = 10 000 mm$^2$**.

Les changements d'unités d'aire pourront donc se faire comme pour les longueurs, à la différence que chaque unité sera divisée en deux colonnes :

| km$^2$ | | hm$^2$ | | dam$^2$ | | m$^2$ | | dm$^2$ | | cm$^2$ | | mm$^2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | 1 | 0 | 0 | | |
| | | | | | | | 1 | 0 | 0 | | | | |
| | | | 0 | 0 | 3 | 1 | 4 | 1 | 0 | | | | |
| | | | | | | | 1, | 6 | 2 | 0 | 0 | | |

On lit dans ce tableau que 1 dm$^2$ = 100 cm$^2$ ; 1 m$^2$ = 100 dm$^2$. L'aire dans la dernière ligne peut s'écrire :

314,1 m$^2$ ou 31 410 dm$^2$ ou 3 141 000 cm$^2$, ou encore 3,141 dam$^2$ ou 0,031 41 hm$^2$.

La dernière ligne sera utilisée pour nous aider à répondre au premier piège sur les aires (voir chapitre n° 15, paragraphe IV à la p. 50).

| **Oral :**<br>**27 p. 134** | **En classe :**<br>**8 p. 131 + 45 p. 136** | **À la maison :**<br>**9, 10, 11 p. 131 + 46, 47 p. 136** |
|---|---|---|

Problème ouvert : 92 p. 211 / Tâches complexes : 102 p. 213

# FRACTIONS (PARTIE 2)

Chapitre 14

## I — Fraction et quotient

**Propriété**

Une fraction est avant tout une division ! Ceci signifie qu'une fraction n'est finalement rien d'autre qu'un nombre.

*Exemples :*

- *La fraction* $\frac{3}{5}$ *peut s'écrire sous la forme* $3 \div 5$ *et vaut donc* $0,6$.
- *Le quotient de 3 par 4 s'écrit évidemment* $3 \div 4$*, mais peut aussi s'écrire* $\frac{3}{4}$*. Après calcul, on trouve donc que* $\frac{3}{4} = 0,75$.

**Remarques**

— Certaines fractions ont une écriture décimale exacte : $\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{3}{5} = 0,6$; ...

— D'autres fractions n'admettent pas d'écriture décimale exacte, il faut alors obligatoirement arrondir : $\frac{1}{3} \approx 0,33$; $\frac{6}{7} \approx 0,8\underline{6}$; ...

— RAPPEL : Tous les nombres décimaux peuvent s'écrire sous forme d'une fraction (au minimum décimale) :

$$3,8 = \frac{38}{100} \quad ; \quad 20,16 = \frac{2\,016}{100} \quad ; \quad 1,001 = \frac{1\,001}{1\,000} \quad ; \quad \ldots$$

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**16, 19 p. 66** | **En classe :**<br>**36 p. 68** | **À la maison :**<br>**37, 38 p. 68** |

## II — Produit d'une fraction par un nombre

**Propriété**

$$b \times \frac{a}{c} = \frac{a}{c} \times b = \frac{a \times b}{c}.$$

De plus, le mot français « de » se traduit mathématiquement par un « × ».

**Remarque**

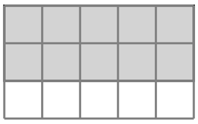
Cette propriété sera énormément utilisée dans la résolution de problèmes.

*Exemples :*

- *Les* $\frac{2}{3}$ *de 60 € représentent donc* $\frac{2 \times 60}{3} = \frac{120}{3} = 40$ *€.]*
- *Un professeur a fait un contrôle qui a duré les* $\frac{3}{8}$ *de l'heure. Cela représente donc* $\frac{3}{8} \times 60$ *min* $= \frac{3 \times 60}{8} = \frac{180}{8} = 22,5$ *min.*

■ **Exercice :** Représenter une tablette de chocolat par un rectangle de 15 morceaux, et colorier les 2/3 qu'Adam a mangés. Sachant que cette tablette avait une masse de 90 g, quelle masse a-t-il mangée ?

Solution : Pour dessiner la tablette, on fait 3 lignes de 5 carreaux chacune (car $3 \times 5 = 15$) :



On cherche à calculer les $\frac{2}{3}$ de 90 g : grâce à la propriété, c'est donc $\frac{2}{3} \times 90 = \frac{2 \times 90}{3} = \frac{180}{3} = 180 \div 3 = 60$ g. Ce sont donc 60 g de la tablette qui ont été mangés par Adam.

*Exemples :*

- ◇ *Un devoir surprise a duré les* $\frac{2}{5}$ *de l'heure de maths, c'est-à-dire* 24 *minutes.*

  *Solution : En effet,* $\frac{2}{5} \times 60$ *min* $= \frac{2 \times 60}{5} = \frac{120}{5} = 120 \div 5 = 24$ *minutes.*

- ◇ *Un article coûte* 28 €*. En raison d'un défaut, il est vendu à* $\frac{2}{7}$ *de son prix, donc* 8 €*.*

  *Solution : En effet,* $\frac{2}{7} \times 28$ € $= \frac{2 \times 28}{7} = \frac{56}{7} = 56 \div 7 = 8$ €.

- ◇ *Lors d'une épreuve où* 104 *sportifs étaient inscrits,* $\frac{3}{8}$ *d'entre eux étaient des femmes. Il y avait donc* 65 *hommes.*

  *Solution : En effet,* $\frac{3}{8} \times 104$ € $= \frac{3 \times 104}{8} = \frac{312}{8} = 312 \div 8 = 39$ *femmes, et par conséquent* $104 - 39 = 65$ *hommes.*

## À la calculatrice

Pour calculer une fraction d'une quantité, par exemple $\frac{3}{8} \times 20$, on fait : $\boxed{\frac{n}{d}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{\blacktriangledown}$ $\boxed{8}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{2}$ $\boxed{0}$ $\boxed{\text{entrer}}$.

La calculatrice affiche alors $\frac{15}{2}$. C'est en appuyant sur $\boxed{\blacktriangleleft\blacktriangleright}$ que l'on obtient alors $7,5$.

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **15, 22 p. 66** | **7 p. 65 + 56, 59 p. 69** | **8, 9, 10 p. 65 + 57, 58, 60 p. 69** |

Tâche complexe : 95 p. 75

# TRIANGLES

Chapitre
15

## I — Triangles isocèle, équilatéral et rectangle

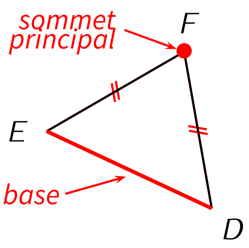
### 1. Définitions et propriétés

**Définitions**

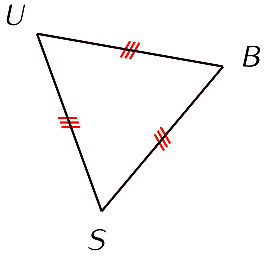
- **Un <u>triangle isocèle</u> est un triangle dont deux côtés ont la même longueur. Ces deux côtés se coupent en un point nommé <u>sommet principal</u>. Le côté de longueur différente est appelé <u>base</u>.**
- **Un <u>triangle équilatéral</u> est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.**
- **Un <u>triangle rectangle</u> est un triangle avec un angle droit. Le côté opposé est alors appelé <u>hypoténuse</u>.**

*Exemples :*

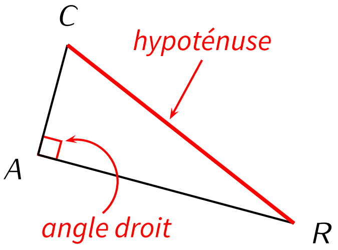
*Triangle isocèle*



*Triangle équilatéral*



*Triangle rectangle*



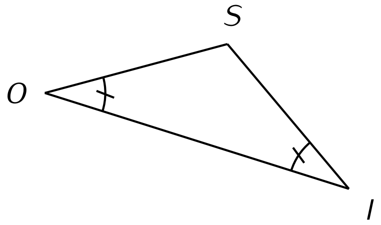
**Propriétés (triangle isocèle et équilatéral)**

- Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.
- Si un triangle a ses trois angles de même mesure $(60^\circ)$, alors il est équilatéral.

**Remarques**

— Que ce soit pour le triangle isocèle ou équilatéral, les côtés de même longueur doivent être codés ! !
— Attention aux figures à main levée où le codage est prioritaire sur ce qu'on voit...
— On peut notamment utiliser le codage des angles d'un triangle (s'il est codé...) pour en déduire qu'il est isocèle. **On rappelle que toute utilisation d'une propriété implique l'utilisation d'un schéma DPC lors de la rédaction** (voir chapitre n°2 p. 8) **!**

**EXERCICE :** Grâce à la figure ci-contre, montrer que $OS = SI$.



<u>Solution</u> :
D : D'après le codage, on a : $\widehat{SOI} = \widehat{SIO}$.
P : Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.
C : Le triangle $SOI$ est isocèle en $S$, et on a donc $OS = SI$.

**ATTENTION !!!**

**Dans ce triangle, il n'y a pas de codage sur les segments $[OS]$ et $[SI]$ : il faut donc <u>démontrer</u> que le triangle est isocèle ! Une fois fait seulement, on peut ajouter le codage sur les segments de la figure.**

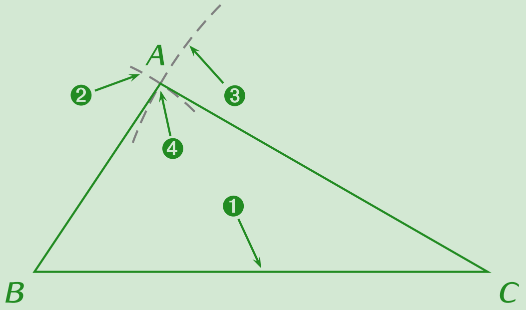
| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **24, 25, 26 p. 204** | **46 p. 206** | **47 p. 206** |

## 2. Constructions

### Méthode (CONSTRUIRE UN TRIANGLE AVEC 3 LONGUEURS)

**Pour construire un triangle $ABC$ tel que $AB = 3$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 6$ cm,**

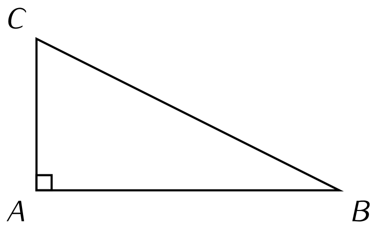
1. **on représente le côté le plus long horizontalement (moins de risque que la figure ne déborde de la feuille), ici $BC = 6$ cm ;**
2. **on ouvre le compas de 3 cm, on pique sur $B$ et on trace un arc de cercle ;**
3. **on ouvre le compas de 5 cm, on pique sur $C$ et on trace un autre arc de cercle ;**
4. **les deux arcs de cercle doivent se couper en un point : c'est le point $A$ recherché. Si les deux arcs ne se coupent pas, il faut les prolonger en répétant les étapes 2 et 3.**



| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| 34 p. 204 | 8, 13 p. 201 | 9, 12 p. 201 |

La plupart des triangles à construire seront donnés avec 3 longueurs, mais on peut aussi demander de construire un triangle **rectangle** dans lequel on ne donnera que 2 longueurs :

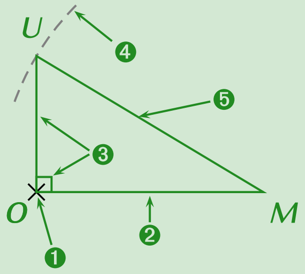
*Exemple :*
*La construction d'un triangle $ABC$ rectangle en $A$ tel que $AB = 4$ cm et $AC = 1,5$ cm ne pose aucun problème (à condition de remarquer qu'on nous a donné les deux côtés de l'angle droit), surtout en utilisant le quadrillage de la feuille :*



Par contre, construire un triangle rectangle en donnant l'hypoténuse et un autre côté n'est pas facile (il suffit de faire une figure à main levée pour s'en convaincre)… On va donner la méthode, qui permettra notamment de construire le triangle $MOU$ rectangle en $O$ tel que $MO = 3$ cm et $MU = 3,5$ cm.

### Méthode (CONSTRUIRE UN TRIANGLE AVEC L'HYPOTÉNUSE CONNUE)

1. **on place le point qui correspond à l'angle droit, ici $O$ ;**
2. **on construit le côté de l'angle droit que l'on connaît : $MO = 3$ cm ;**
3. **on construit la demi-droite $(Ox)$ perpendiculaire à $(MO)$ passant par $O$, sans oublier le codage de l'angle droit (ne pas oublier de s'aider du quadrillage pour aller plus vite) ;**
4. **on trace un arc de cercle de centre $M$ et de rayon $3,5$ cm qui coupera la demi-droite $(Ox)$ en un point noté $U$, de sorte que $MU = 3,5$ cm ;**
5. **on trace le segment $[MU]$, et *on laisse les traits de construction*.**



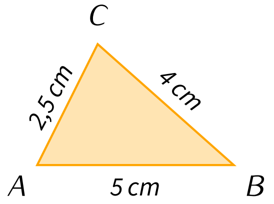
### Remarque

Pour les triangles rectangles, on remarquera que l'on avait quand même 3 informations : 2 longueurs et l'angle droit… L'année prochaine, la construction des triangles dont on connaît 2 longueurs et 1 angle (ou aussi 1 longueur et 2 angles) sera vue.

| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| – | 10 p. 201 + 49 p. 206 | 11 p. 201 + 50, 52 p. 206 |

## II — Calculs de périmètres

Il n'y a pas de formule particulière pour calculer le périmètre d'un triangle, la définition suffit : on additionne les longueurs des trois côtés.



*Exemple : On veut calculer le périmètre du triangle suivant :*

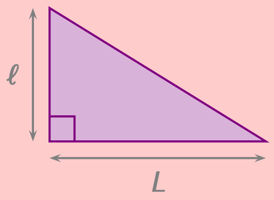
Réponse : $\mathscr{P}_{ABC} = 5 + 4 + 2,5 = 11,5$ cm

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **25 p. 134** | **—** | **32ab p. 135** |

## III — Calculs d'aire

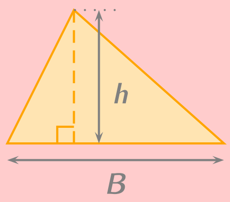
**Formules d'aire**

Triangle rectangle



$\mathscr{A} = L \times \ell \div 2$

Triangle quelconque



$\mathscr{A} = b \times h \div 2$

**Définition**

**Dans l'illustration du triangle quelconque, le segment en pointillés (celui avec l'angle droit) est appelé hauteur issue de $A$ ou hauteur relative à $[BC]$ : c'est la droite passant par $A$ et perpendiculaire à $(BC)$.**

### Remarques

- Puisqu'il existe trois sommets dans un triangle, on peut tracer trois hauteurs. Par conséquent, on peut appliquer de trois façons différentes la formule de l'aire dans un triangle !
- Pour un triangle rectangle, la formule générale du triangle quelconque est évidemment toujours valable, mais plus simple car la base et la hauteur sont en fait les deux côtés de l'angle droit.

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **27 p. 134** | **8 p. 131 + 45 p. 136** | **9, 10, 11, 12 p. 131 + 46, 47, 48, 49, 51 p. 136** |

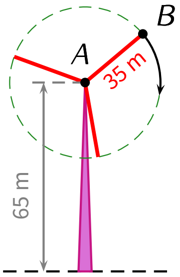
## IV — Pièges

■ **EXERCICE :** Une table rectangulaire a une largeur de 90 cm et une longueur de 1,80 m. Combien mesure sa surface, en cm$^2$ puis en m$^2$ ?

Solution : Piège → garder les unités actuelles et faire $90 \times 1,8 = 162$ !
Réponse → 16 200 cm$^2$ ou 1,62 m$^2$.

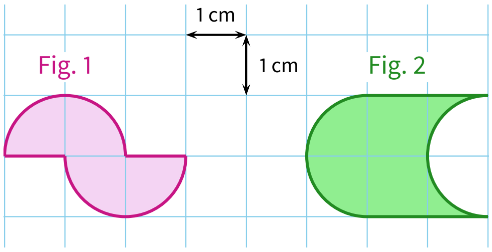
■ **EXERCICE :** Voici le schéma d'une éolienne.

1. Quelle distance va parcourir une mouche collée au point $B$ ?
2. Quelle est la surface d'air balayée par la pale $[AB]$ en un tour ?



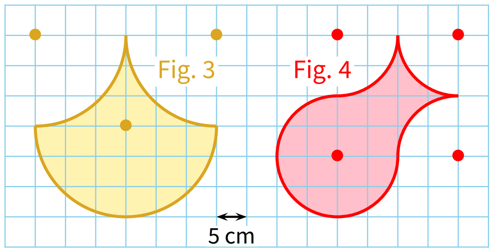
Solution :
Piège → avoir oublié la notion de périmètre et oublier de mettre les phrases de conclusion…
Réponse → 1. environ 219,8 m     2. environ 3 846,5 m$^2$.

■ **EXERCICE :** Calculer l'aire et le périmètre des figures suivantes, arrondies si nécessaire au centième.



Solution :
Piège → ne pas « décomposer » la figure pour les périmètres.
Réponse → $\mathscr{A}_1 \approx 3,14$ cm$^2$, $\mathscr{P}_1 \approx 8,28$ cm ;  $\mathscr{A}_2 = 4$ cm$^2$ et $\mathscr{P}_2 \approx$ 10, 28 cm.

■ **EXERCICE :** Calculer l'aire et le périmètre des figures suivantes, arrondies si nécessaire au centième (les centres des arcs de cercle ont été matérialisés par des ●).



Solution :
Piège → ici, un carreau fait 5 cm de coté…
Réponse → $\mathscr{A}_3 \approx 450$ cm$^2$, $\mathscr{P}_3 \approx 94,2$ cm ;  $\mathscr{A}_4 = 400$ cm$^2$ et $\mathscr{P}_4 = 6 \times \dfrac{2 \times \pi \times 10}{4} = 30\pi \approx 94,25$ cm.

Problème ouvert : 90 p. 211 / Tâches complexes : 101 p. 213

Chapitre 16

# PROPORTIONNALITÉ

## I — Grandeurs proportionnelles

### 1. Passer d'une ligne à une autre

■ **EXERCICE :** Une baguette de pain coûte 1,20€. Combien coûtent 2 baguettes ? 4 baguettes ? et 5 baguettes ?

Solution : On peut résumer cette situation dans un tableau :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nombre de baguettes | 1 | 2 | 4 | 5 |
| Prix des baguettes | 1, 20 € | 2, 40 € | 4, 80 € | 6 € |

×1, 2

**Définitions**

**Un tableau est dit tableau de proportionnalité si les nombres de la 2$^{e}$ grandeur (2$^{e}$ ligne) correspondent au produit de ceux de la 1$^{re}$ grandeur (1$^{re}$ ligne) par un *même nombre* (ici 1,2), qui s'appelle alors le coefficient de proportionnalité. On dit alors que ces deux grandeurs sont proportionnelles.**

**Remarque**

Les problèmes de ce chapitre pourront *toujours* être résumés par un tableau. Il suffira alors de voir s'il existe une valeur unique permettant de passer de la 1$^{re}$ à la 2$^{e}$ ligne en multipliant : si oui, on a une situation de proportionnalité !

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **17, 18, 19 p. 84** | — | **31 p. 85** |

### 2. Technique du « produit en croix »

■ **EXERCICE :** Axel Aire a acheté 7 paquets de bonbons pour $13,44$ €. Mike Robbe en a acheté 3. Combien a-t-il payé ?

**Remarques**

- Le souci ici est que les techniques apprises en primaire (passer d'une ligne à une autre, ou passer d'une colonne à une autre) ne fonctionne pas. Il faut trouver une autre méthode…
- La technique présentée ici fonctionne **pour tous les problèmes de proportionnalité**, mais les méthodes plus simples vues en primaire peuvent quand même être appliquées lorsque c'est possible (voir 34 p. 85) !

**Méthode (« PRODUIT EN CROIX »)**

1. **On résume les données de l'énoncé dans un tableau à quatre cases.**
2. **On dessine une croix en plein milieu des quatre cases, avec deux couleurs différentes ;**
3. **L'une des branches de la croix est « complète » (on connaît les deux nombres à ses extrémités), on multiplie alors les deux nombres de cette branche :** $13,44 \times 3 = 40,32$;
4. **On divise le résultat par le nombre qui reste :** $40,32 \div 7 = 5,76$.

Solution : Faisons un tableau :

| Nombre de paquets | 7 | 3 |
|---|---|---|
| Prix (en €) | 13, 44 | $x$ |

Calcul : $\dfrac{13,44 \times 3}{7} = \dfrac{40,32}{7} = 5,76$. On en déduit que Mike a payé 5, 76 €.

## Remarques

- Notez la rédaction : on a mis une lettre dans le tableau pour matérialiser le nombre inconnu, on a ensuite écrit cette lettre suivi du symbole « = » et d'une fraction pour laquelle l'étape 3 a été faite au numérateur et l'étape 4 au dénominateur, et on a fini le calcul sur la même ligne.
- Il arrivera que le résultat du calcul ne tombe pas juste. Il faudra alors arrondir au rang que l'énoncé demande, *sans oublier le symbole « ≈ ».*

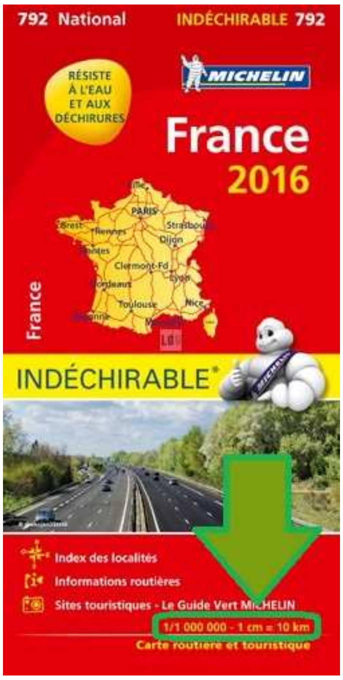
## 3. Échelle

**Définition**

**On appelle échelle d'un plan le coefficient de proportionnalité entre les longueurs sur le dessin et dans la réalité (elles doivent être exprimées dans la même unité).**

*Exemple : Sur la carte ci-contre, on peut lire que l'échelle est « 1/1 000 000 - 1 cm = 10 km ». La fraction 1/1 000 000 signifie littéralement que **« 1 cm sur le dessin représente 1 000 000 cm en réalité »**, donc 10 000 m ou encore 10 km. On peut donc commencer un tableau de proportionnalité :*

| *Distance sur le dessin (cm)* | 1 | $x$ | 83, 8 |
|---|---|---|---|
| *Distance en réalité (km)* | 10 | 399 | $y$ |



© *Michelin*

■ **EXERCICE :**

1. La distance à vol d'oiseau entre Paris et Strasbourg est de 399 km. Quelle distance les sépare sur ce plan ?

   Solution : $x = \dfrac{399 \times 1}{10} = \dfrac{399}{10} = 39,9$ cm.
   Il y a donc 39,9 cm entre Paris et Strasbourg sur cette carte.

2. On mesure sur la carte 83,8 cm entre Brest et Montpellier. Quelle distance réelle sépare ces deux villes ?

   Solution : $y = \dfrac{83,8 \times 10}{1} = \dfrac{838}{1} = 838$ km.
   Il y a donc en réalité 838 km entre Brest et Montpellier. C'est distance s'appelle la **distance à vol d'oiseau**.

3. La distance calculée à la question précédente est-elle la même que celle utilisée lors d'un trajet en voiture pour aller de Brest à Montpellier ?

   Solution : Non, car on a mesuré la longueur du segment sur le plan. Or la route n'est pas toute droite. Il y a donc en réalité plus de 838 km **par la route** entre Brest et Montpellier.

**Oral :**
**20, 22, 23, 25, 26, 27, 28 p. 84**

**En classe :**
**3 p. 79 + 13 p. 83 + 38 p. 85**

**À la maison :**
**3, 4 p. 79 + 14, 15 p. 83 + 39 p. 85 + 44 p. 86**

## II — Représentation graphique d'une situation de proportionnalité

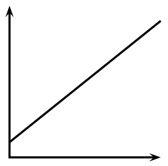
### Propriété

Sur un graphique, on reconnaît une situation de proportionnalité lorsque tous les points forment une droite et que cette droite passe par l'origine (le « double-zéro »).

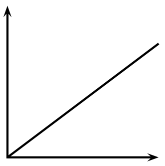
À l'inverse, si une droite alignée avec l'origine est présente sur un graphique, alors elle traduit une situation de proportionnalité !

### Remarque

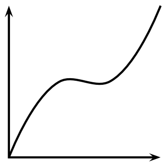
Il faut vraiment les deux conditions : de points alignés **ET** la droite formée doit passer par l'origine !



**NON**, car la droite ne passe pas par l'origine !



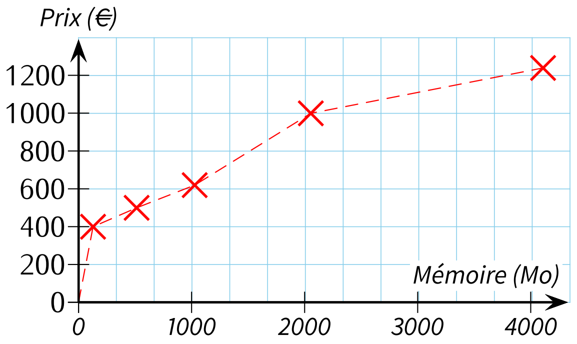
**OUI**



**NON**, car ce n'est pas une droite !

*Exemple 1 : Le graphique ci-dessous indique le prix de cinq ordinateurs en fonction de leur mémoire vive (exprimée en Mo).*

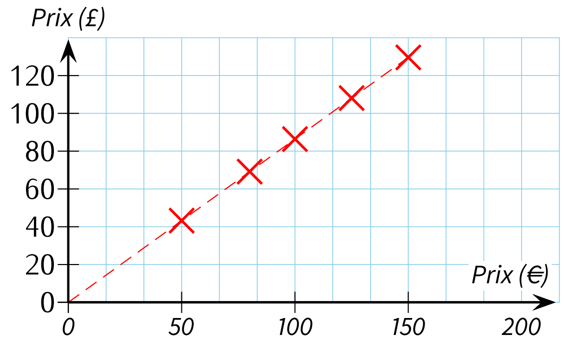
*Le prix est-il proportionnel à la quantité de mémoire vive ?*



*→ **NON**, car les points ne forment pas une droite.*

*Exemple 2 : Dans une banque, des clients ont échangé le même jour des euros (€) en livres sterling (£).*

*Les sommes en € et en £ sont-elles proportionnelles ?*



*→ **OUI**, car les points forment une droite **et** cette droite passe par l'origine.*

### Remarque

On pourrait mettre les données de ces deux exemples chacune dans un tableau. On déterminerait très rapidement que le premier tableau n'est pas de proportionnalité (sinon on devrait payer environ 1 200 € pour un ordinateur de 2 048 Mo car ce serait le double d'un ordinateur de 1 024 Mo qui coûte environ 600 €) mais que le second est bien un tableau de proportionnalité.

À la date de création du cours, le taux de change officiel utilisé pour générer le second graphique était de 1 €= 0,862 301 914 £.

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**–** | **En classe :**<br>**47 p. 86** | **À la maison :**<br>**48, 49 p. 86** |

## III — Calcul d'un pourcentage

**Définition**

**Sur un pot de compote, on lit « 70 % de fruits » (70 pourcent). Cela signifie qu'il y a 70 g de fruits pour 100 g de compote. Il s'agit d'une situation de proportionnalité car si le pot de compote pèse 200 g, on sait qu'il y aura 140 g de fruits ($\times 2$).**

**Propriété**

L'expression française « $p$ % de $x$ » se traduit mathématiquement par le calcul :

$$\frac{p}{100} \times x$$

.

- **Exercice :** Pour un pot de compte de 125 g, quelle sera la quantité de fruits ?

Solution : Il s'agit de calculer « 70 % de 125 g ». En appliquant la formule ci-dessus, on trouve alors :

$$\frac{70}{100} \times 125 = 0,7 \times 125 = 87,5.$$

Dans un pot de 125 g de compote, il y a donc 87,5 g de fruits.

- **Exercice :** Lors des soldes d'hiver, un manteau affiché à 199 € porte une étiquette « −30 % ». Calcule son prix pendant les soldes.

Solution : Il faut d'abord calculer la réduction :

$$\frac{30}{100} \times 199 = 0,3 \times 199 = 59,7(0)\ €.$$

Il faut maintenant encore déduire cette réduction du prix initial : $199 - 59,7 = 139,3$.

Le manteau coûte donc 139, 30 € pendant les soldes d'hiver.

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**29 p. 84** | **En classe :**<br>**6, 10 p. 81** | **À la maison :**<br>**7, 8, 9, 11 p. 81 + 53, 54 p. 87** |

Problème ouvert : 93 p. 91 / Tâches complexes : 103, 104 p. 93

Chapitre

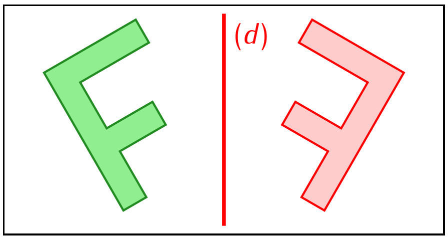
# SYMÉTRIE AXIALE 17

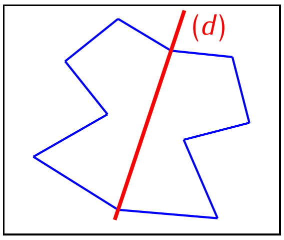
## I — Définitions

**Définitions**

- **Deux figures sont symétriques par rapport à la droite $(d)$ si elles se superposent par pliage selon $(d)$.**
- **La droite $(d)$ est un axe de symétrie si en pliant la feuille suivant $(d)$, la figure se superpose à elle-même.**

*Exemples : Sur le dessin de gauche, la figure verte était donnée et on a construit la figure rouge symétrique de la verte par rapport à l'axe $(d)$. Sur celui de droite, la figure admet la droite $(d)$ comme axe de symétrie :*





**Remarque**

Puisque les figures se superposent par pliage, il est normal qu'elles aient exactement la même forme et les mêmes dimensions.

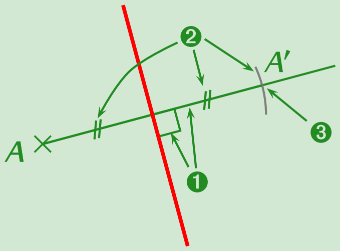
| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| 14, 15, 16, 21, 22 p. 222 | 27 p. 223 + 35 p. 224 | 36, 37, 38, 39 p. 224 |

## II — Symétrique d'un point

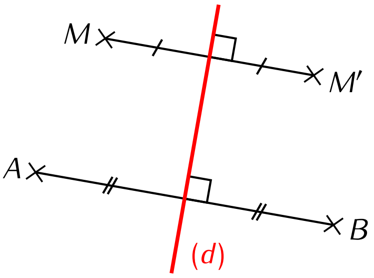
**Méthode (CONSTRUCTION DU SYMÉTRIQUE D'UN POINT)**

**Pour construire le symétrique (que l'on notera $(A')$) d'un point $A$ par rapport à une droite $(d)$, on procède de la manière suivante :**

1. **On trace la perpendiculaire à $(d)$ passant par $A$ à l'équerre;**
2. **On reporte la distance de $A$ à la droite $(d)$ de l'autre côté de cette droite à l'aide du compas;**
3. **On obtient le point $A'$ recherché.**



*Exemple : $M'$ est le symétrique de $M$ par rapport à la droite $(d)$. $B$ est le symétrique de $A$ par rapport à la droite $(d)$ :*



■ **EXERCICE :** On peut encore faire deux phrases analogues à celles-ci, lesquelles ?

Solution : $M$ est le symétrique de $M'$ par rapport à la droite $(d)$ et $A$ est le symétrique de $B$ par rapport à la droite $(d)$.

**Remarques**

- Puisque toutes les figures sont constituées de points, **cette méthode est absolument essentielle**, c'est en fait elle qui permettra de construire le symétrique de n'importe quelle figure!!
- On voit que $(d)$ est perpendiculaire à $[AA']$ et passe par son milieu : **c'est donc la médiatrice de** $[AA']$.

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **17 p. 222** | **2 p. 217 + 44, 45 p. 224** | **3, 4, 5 p. 217 + 46, 47 p. 225** |

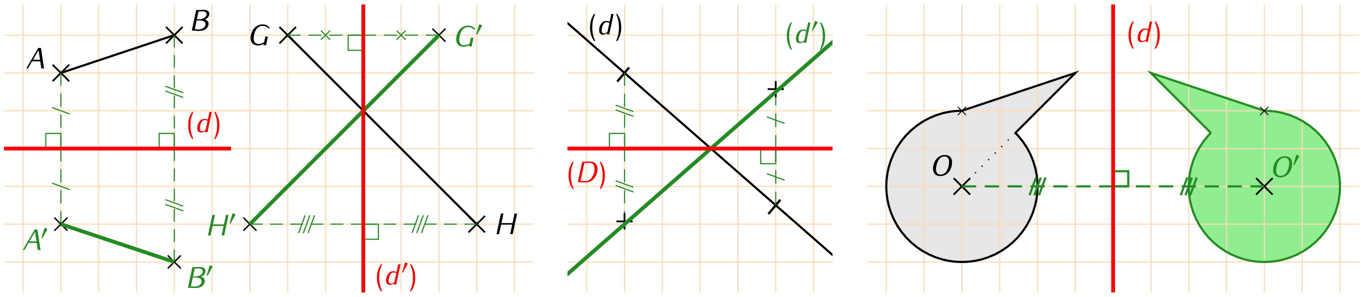
## III — Symétrique d'une figure

**Méthode (CONSTRUIRE LE SYMÉTRIQUE D'UNE FIGURE)**

**Pour construire le symétrique :**

- **d'un segment → on construit le symétrique des deux extrémités et on les relie;**
- **d'une droite → on choisit deux points sur cette droite (s'il n'y en a pas, évidemment!), on construit leurs symétriques et on les relie *sans s'arrêter*;**
- **d'un cercle → on construit le symétrique du centre et on reporte le rayon.**

*Exemples : Voici trois exemples pour lesquels on a laissé la grille afin de mieux comprendre :*



**Propriétés**

La symétrie axiale conserve les distances, les angles, l'alignement et les aires.

**Remarque**

Cela signifie par exemple qu'un segment et son symétrique ont forcément la même longueur (mesurer sur les figures précédentes pour s'en convaincre), ou encore su qi trois points sont alignés alors leurs symétriques le seront aussi…

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **–** | **29 p. 223 + 50, 52 p. 225 + 7 p. 219** | **30, 32 p. 223 + 51, 53 p. 225 + 8 p. 219** |

## IV — Symétrie des figures usuelles

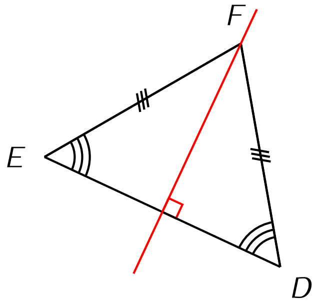
### 1. Triangles

**Propriétés**

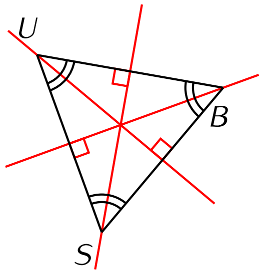
- ◇ Un triangle isocèle a un seul axe de symétrie : la médiatrice de sa base.
- ◇ Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

*Exemples : Les axes de symétrie sont dessinés en rouge sur les illustrations suivantes :*

*Triangle isocèle*



*Triangle équilatéral*



## Propriétés

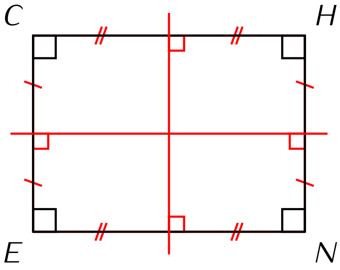
- Un rectangle a deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.
- Un losange a deux axes de symétrie : ses diagonales.
- Un carré a quatre axes de symétrie : ses diagonales ainsi que les médiatrices de ses côtés.

### Remarque

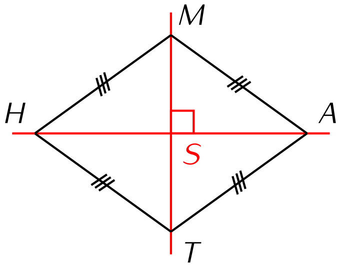
Les diagonales d'un rectangle **ne sont pas** des axes de symétrie : construire un rectangle et le découper, repasser sur l'une des diagonales en rouge et essayer de le plier selon ce segment rouge ; on observe que le rectangle ne se superpose pas sur lui-même !!

*Exemples : Les axes de symétrie sont dessinés en rouge sur les illustrations suivantes :*

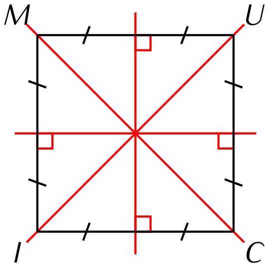
*Rectangle*



*Losange*



*Carré*



| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**21 p. 240** | **En classe :**<br>**31 p. 241** | **À la maison :**<br>**32, 34, 36 p. 241** |

Problème ouvert : 81 p. 229 / Tâches complexes : 90, 91 p. 59

Chapitre
18

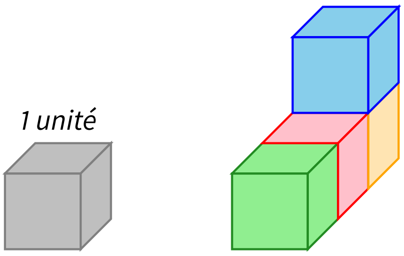
# VOLUMES

## I — Unités de volume

**Définitions**

**Le volume d'un solide, généralement noté $\mathscr{V}$, est la mesure de l'espace contenu dans ce solide. Le volume peut s'exprimer grâce à des cubes mais aussi grâce à un liquide (comme de l'eau) que l'on peut verser dedans : c'est alors plutôt une capacité (voir chapitre n°19 page 62).**

*Exemple : Le solide en couleur ci-dessous a un volume égal à 4 unités :*

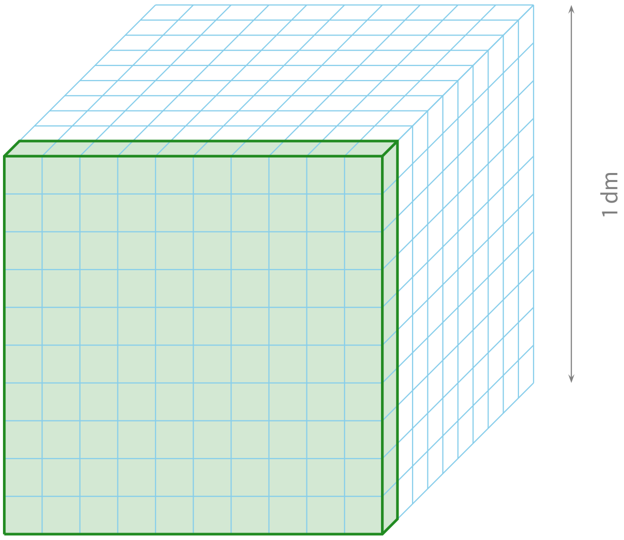


**Définition**

**Un centimètre cube (noté cm³) est le volume d'un cube d'un cm de côté. De même, un cube d'un m de côté aura un volume égal à 1 m³ ; etc.**

**Remarque**

Comme pour les aires, on va pouvoir lier les différentes unités de volume qui existent (échelle 1 :2) :



Ce cube de 1 dm de côté a un volume logiquement égal à 1 dm³ (c'est la définition…)

En divisant chaque arête du cube par 10, on fait apparaître 10 cubes d'un cm de côté sur la longueur, 10 sur la largeur et 10 sur la hauteur, c'est-à-dire $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ cubes d'un cm de côté, ayant chacun un volume de 1 cm³ (toujours par définition…), donc un volume total de 1 000 cm³.

On en déduit que **1 dm³ = 1 000 cm³**.

Autrement dit, il y a aura un décalage de 3 chiffres entre deux unités *de volumes* qui se suivent, donnant ainsi le tableau de conversions du paragraphe suivant.

| | | |
|---|---|---|
| **Oral :**<br>**13, 23 p. 150** | **En classe :**<br>**26 p. 151** | **À la maison :**<br>**27, 28, 29, 30 p. 151** |

## II — Tableau de conversion

Suite à une petite expérience que tout bon professeur de physique-chimie montrerait à ses élèves, on peut verser à la goutte près une brique d'un litre de lait dans un cube d'un décimètre de côté, ce qui nous donne la relation

$$\boxed{1\text{ L} = 1\text{ dm}^3}$$

et nous permet de compléter le tableau d'unité en y mettant ensemble les unités classiques de volumes et celles des capacités :

| Volumes | km² | | | hm² | | | dam² | | | m² | | | dm² | | | cm² | | | mm² | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Capacités | | | | | | | | | | | | kL | hL | daL | L | dL | cL | mL | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 0 | 0 | 0 | | | |
| | | | | | | | | | | | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 0 | 2 | 8, | 5 | | |

*Exemples :*

1. *Une petite salle de classe peut contenir 50 cubes d'un mètre de côté (soit 50 m³ : 5 en longueur, 4 en largeur et 2,5 en hauteur). Cela représente donc 50 000 000 cm³, mais aussi 50 000 briques d'un litre de lait !*
2. *Justement, 1 L de lait est donc équivalent à 1 000 mL ou encore 1 000 cm³.*

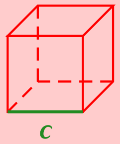
La dernière ligne servira à nous aider pour trouver la réponse au prochain exercice.

| **Oral :**<br>**16, 17, 18, 19, 20, 21 p. 150** | **En classe :**<br>**7 p. 149 + 41 p. 152 + 53 p. 153** | **À la maison :**<br>**8, 9, 10, 12 p. 149 + 43, 46, 55 p. 153** |
|---|---|---|

## III — Calculs de volumes

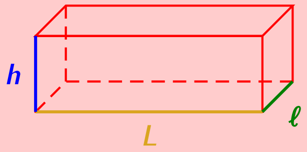
**Formules de volume**

**Cube**



$$\mathscr{V} = c \times c \times c$$

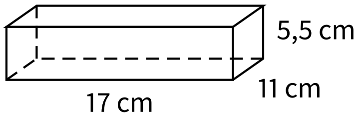
**Parallélépipède (ou pavé droit)**



$$\mathscr{V} = L \times \ell \times h$$

■ **Exercice :** Une boîte a pour dimensions 11 cm de largeur, 17 cm de longueur et 5,5 cm de hauteur.

1. Calculer son volume en cm³ puis en dm³.
2. Sachant que cette boîte contenait 180 morceaux de sucre, calculer le volume approximatif d'un sucre.



Solution :

1. $\mathscr{V}_{\text{boîte}} = 17 \times 11 \times 5,5 = 1\,028,5$ cm³ ou $1,028\,5$ dm³.
2. $1\,028,5 \div 180 \approx 5,71$ cm³, donc un sucre a un volume approximatif de 6 cm³.

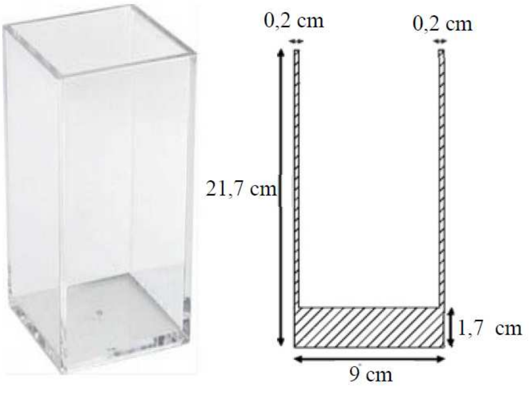
■ **EXERCICE** (ADAPTÉ DU BREVET 2016) **:** Quel volume d'eau peut contenir ce vase, sachant que le fond est un carré ?

Solution : Il faut commencer par déterminer les dimensions intérieures du vase :

$$L = 9 - 0,2 - 0,2 = 8,6 \text{ cm},$$
$$\ell = L = 8,6 \text{ cm},$$
$$h = 21,7 - 1,7 = 20 \text{ cm}.$$

Il suffit alors d'appliquer la formule du volume : $\mathcal{V}_{\text{vase}} = 8,6 \times 8,6 \times 20 = 1\,479,2 \text{ cm}^3$, ou encore $1,479\,2 \text{ dm}^3$.

**Caractéristiques du vase**



**Matière** : verre

**Forme** : pavé droit

**Dimensions extérieures** : 9 cm × 9 cm × 21,7 cm

**Épaisseur des bords** : 0,2 cm

**Épaisseur du fond** : 1,7 cm

| **Oral :** | **En classe :** | **À la maison :** |
|---|---|---|
| **14, 15 p. 150** | **3 p. 147 + 31ab p. 151 + 58 p. 153** | **4, 5 p. 147 + 31cd, 32, 34 p. 151 + 59, 61 p. 153** |

Problèmes ouverts : 92 p. 157

Chapitre
19

# GRANDEURS & MESURES

## I — Masses et capacités

**Définitions**

**Une masse permet de peser un objet, elle s'exprime en grammes, notés g. Une capacité (ou volume) permet de mesurer la contenance d'un objet (combien d'eau dedans) et s'exprime en litres, notés L.**

Ces masses et capacités se convertissent de la même manière que les longueurs :

| Les préfixes | kilo | hecto | déca | **unité principale** | déci | centi | milli |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Longueurs | km | hm | dam | **m** | dm | cm | mm |
| Masses | kg | hg | dag | **g** | dg | cg | mg |
| Capacités | kL | hL | daL | **L** | dL | cL | mL |
| | | 9 | 8 | **7** | 6 | 5 | |

■ **Exercice :** Complète les égalités suivantes en te servant des chiffres de la dernière ligne du tableau :

- ◇ 98 765 cL = 987 650 mL = 987,650 L = 98,765 daL = 9,876 5 hL = 0,987 65 kL,
- ◇ 98,765 dag = 987,65 g,
- ◇ 9 876,5 dg = 9,876 5 hg.

Solution : On rappelle simplement que pour passer d'une unité à une autre *plus petite*, on décale la virgule vers la droite; par contre pour passer d'une unité à une unité *plus grande*, on déplace la virgule vers la gauche. Dans tous les cas, la virgule se place toujours **à la fin de la colonne de l'unité de départ** !

**Remarques**

- La masse est souvent confondue avec le *poids* dans le langage courant. En sciences, ce n'est pas la même chose : la masse permet de peser un objet; le poids correspond à la force nécessaire pour le soulever…
- On verra un peu plus loin qu'il existe d'autres unités de mesure du volume, notamment en mesurant l'espace compris dans un objet. Une relation de conversion sera alors trouvée et très utilisée notamment en sciences.

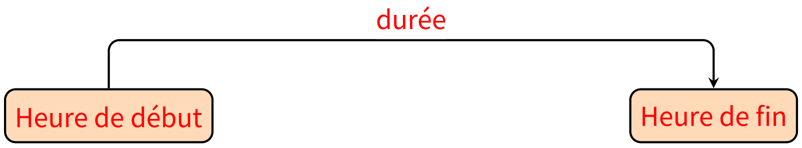
| Oral : | En classe : | À la maison : |
|---|---|---|
| — | — | 59 p. 18 + 67 p. 19 |

## II — Durées

**Définition**

**Une durée s'exprime en secondes, notées s. Il existe d'autres unités de durée : dixième de seconde (sport), min et h par exemple.**

Tous les problèmes de durée que l'on va rencontrer pourront toujours se résumer par le schéma suivant :



Trois cas peuvent alors se présenter :

**Cas n°1 (on connaît l'heure de début et la durée) :** On calcule la *somme* des deux durées pour trouver l'heure de fin.

**Cas n°2 (on connaît l'heure de début et l'heure de fin) :** On calcule alors la *différence* de l'heure de fin par celle de début pour trouver la durée.

**Cas n°3 (on connaît la durée et l'heure de fin) :** On calcule alors la *différence* de l'heure de fin par la durée pour trouver l'heure de début.

**Méthode (CALCULER UNE DURÉE)**

**Il suffit de refaire le schéma ci-dessus en y intercalant des heures rondes. Dans le cas n°3, il est conseillé de partir de la fin et de faire les flèches dans l'autre sens !**

■ **EXERCICE :** Voici trois problèmes à résoudre. Pour chacun d'entre eux, identifier le cas et faire un schéma pour trouver la réponse.

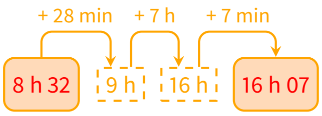
a) Albert arrive au collège le lundi matin à 8 h 32 et repart l'après-midi à 16 h 07.
Combien de temps est-il resté au collège ?

b) Bernard a pris son vélo et a roulé pendant 1 h 35. Lorsqu'il est rentré, il était 14 h 11 sur son portable.
À quelle heure était-il parti ?

c) Une évaluation a commencé à 9 h 43. Charles a travaillé dessus pendant 29 minutes.
À quelle heure a-t-il terminé ?

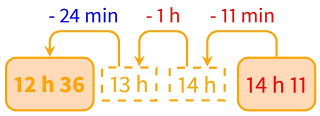
Solution :

a) C'est le cas n°2 :



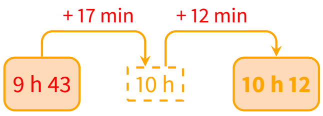
Calcul : 28 min + 7 min = 35 min.
Albert est donc resté 7 h 35 min au collège.

b) C'est le cas n°3 :



Calcul : 35 min = 24 min + 11 min.
Bernard est donc parti de chez lui à 12 h 36.

c) C'est le cas n°1 (forcément...) :



Calcul : 17 min + 12 min = 29 min.
Charles a donc arrêté de travaillé sur l'évaluation à 10 h 12.

**Oral :**
**23, 24 p. 134 + 52 p. 137**

**En classe :**
**16 p. 133**

**À la maison :**
**58, 59, 64, 65 p. 137**

Problème ouvert : 84 p. 140

**Ce cours a été crée par M. LENZEN.**

Cours de 6$^{e}$ version 1.0 - achevé au mois d'août 2016